collection École
Documents d'application des programmes

Mathématiques

cycle des approfondissements
(cycle 3)

Ministère de la Jeunesse, de l'Éducation nationale et de la Recherche
Direction de l'enseignement scolaire

applicable à la rentrée 2002

Centre national de documentation pédagogique

Ce document a été rédigé par :

Roland CHARNAY	professeur au centre de Bourg-en-Bresse à l'IUFM de Lyon
Luce DOSSAT	inspecteur-professeur à l'IUFM de Clermont-Ferrand
Jean FROMENTIN	professeur au collège François-Rabelais de Niort
Catherine HOUDEMENT	maître de conférences à l'IUFM de Haute-Normandie
Nicole MATULIK	maître-formateur en école primaire à Paris XIX^e
Guy PIGOT	conseiller pédagogique à Chamalières
Paul PLANCHETTE	professeur au collège Jules-Romains de Saint-Galmier

Coordination : Jean-Marc Blanchard et Jérôme Giovendo, bureau du contenu des enseignements
direction de l'enseignement scolaire.

Suivi éditorial : Christianne Berthet

Secrétariat d'édition : Élise Goupil

Maquette de couverture : Catherine Villoutreix

et Atelier Michel Ganne

Maquette et mise en pages : Fabien Biglione

et Atelier Michel Ganne

ISBN : 2-240-00852-0
ISSN : en cours

Sommaire

Introduction

Les principaux enjeux des mathématiques à l'école élémentaire

Les connaissances et les savoir-faire développés à l'école élémentaire doivent préparer les élèves à bénéficier au mieux de l'enseignement donné au collège, en mathématiques et dans d'autres disciplines, notamment scientifiques. Cet impératif concerne aussi bien les compétences que doivent acquérir les élèves que leur capacité à les mobiliser pour résoudre des problèmes ou que leur aptitude à abstraire, à raisonner ou encore à travailler de façon autonome, à s'organiser, à exprimer un résultat ou une démarche. Sans anticiper sur les compétences développées au collège, il s'agit de construire les bases de leur acquisition. Les commentaires qui accompagnent en particulier les contenus et les compétences travaillés au cycle 3 apportent, chaque fois que nécessaire, un éclairage dans cette direction.
L'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire doit être pensé en prenant en compte plusieurs catégories d'objectifs.

La formation du futur citoyen et son insertion dans la vie sociale

Les mathématiques fournissent des outils pour agir, pour choisir, pour décider dans la « vie courante ». Comme moyen d'expression, avec leur langage propre (schémas, graphiques, figures, symboles…), elles complètent et enrichissent d'autres modes de communication. Les résultats qu'elles fournissent, les données qu'elles permettent de représenter doivent faire l'objet d'un examen critique : que l'on songe, par exemple, à l'information apportée par un graphique selon l'échelle qui a été choisie ou à la signification d'une même moyenne pour des ensembles de données réparties de manières très diverses.

Une dimension culturelle

Faire des mathématiques, penser des objets « abtraits » comme les nombres, les figures, débattre du « vrai » et du « faux » en utilisant des connaissances partagées qui permettent de dépasser l'argument d'autorité, c'est commencer à s'approprier des éléments de la culture scientifique. Cette culture se caractérise certes par des connaissances, mais elle s'exerce principalement à travers les activités de résolution de problèmes et les débats auxquels peuvent donner lieu les solutions élaborées par les élèves. La mise en perspective historique de certaines connaissances (numération de position comparée à d'autres systèmes, apparition des nombres décimaux, du système métrique, évolution des moyens de calcul…) contribue également à enrichir cette dimension culturelle.

La formation générale de l'élève

Comme dans d'autres domaines de savoir, la confrontation à de véritables situations de recherche (à la mesure des élèves) pour lesquelles différents types de démarches sont possibles favorise l'initiative, l'imagination et l'autonomie des élèves. La nécessité de formuler des résultats et des démarches, de les communiquer aux autres élèves participe au développement des capacités à s'exprimer oralement et par écrit. La confrontation des résultats et des démarches dans des moments de débat, où la classe s'apparente à une petite « communauté mathématique », permet de développer les compétences dans le domaine de l'argumentation, oblige à considérer d'autres points de vue et donc contribue au développement de la socialisation, par l'écoute et le respect de l'autre, dans la mesure où la détermination du vrai et du faux y est plus facilement indépendante des préjugés et des idéologies. Ces situations d'argumentation offrent une première occasion de sensibiliser les élèves à la question du statut particulier de la preuve en mathématiques. Si dans certains cas, celle-ci relève d'une expérience, dans d'autres cas elle s'appuie sur des connaissances mathématiques : ainsi, au cycle 3, les élèves peuvent être convaincus que 2,7 est plus grand que 2,13 parce que dans 2,7 il y a 70 centièmes (sous la forme 7 dixièmes) alors qu'il n'y a que 13 centièmes dans 2,13.
Dans un autre registre, le tracé de figures, la réalisation de solides sont des occasions de développer l'attention, le soin et l'habileté manuelle.

L'articulation avec d'autres domaines de savoir

Si elles sont un outil pour agir au quotidien, les mathématiques doivent également offrir les ressources utiles à d'autres disciplines qui, en retour, leur apportent un questionnement et leur permettent de progresser. Ainsi, l'articulation avec d'autres domaines de savoir doit-elle être pensée, dès l'école élémentaire, dans un double mouvement. Donnons-en quelques exemples. Le travail fait en histoire sur une frise du temps peut être une occasion d'utiliser et d'enrichir des acquis antérieurs sur le placement de nombres sur une ligne graduée. À l'inverse, les questions posées à l'occasion de l'étalonnage d'un verre doseur cylindrique peuvent être le point de départ d'un travail sur la proportionnalité entre masse et hauteur de liquide (sans omettre d'évoquer les imprécisions dues aux instruments de mesure et à leur utilisation). La notion d'échelle peut être précisée à l'occasion de l'étude de cartes en géographie. L'analyse d'œuvres artistiques en vue de réaliser des projets sur les mêmes principes peut conduire à en mettre en évidence des structures géométriques. Le projet de réalisation d'une maquette d'un objet met en œuvre des connaissances en géométrie, dans le domaine de la mesure ou dans celui de la proportionnalité et nécessite d'organiser les calculs à effectuer. De nombreuses activités proposées à l'école élémentaire offrent ainsi l'occasion d'une véritable approche pluridisciplinaire qu'il s'agit d'exploiter sans dénaturer le sens de ces activités par une manipulation artificielle de concepts.

La question du calcul aujourd'hui

La diffusion généralisée d'outils de calcul instrumenté (et notamment des calculatrices de poche) amène à repenser les objectifs généraux de l'enseignement du calcul.

L'objectif prioritaire reste, bien entendu, que les connaissances numériques des élèves soient opératoires, c'est-à-dire au service des problèmes qu'elles permettent de traiter, dans des situations empruntées à l'environnement social ou à d'autres domaines disciplinaires étudiés à l'école.

Trois moyens de calcul sont aujourd'hui à la disposition des individus : le calcul mental, le calcul instrumenté (utilisation d'une calculatrice, d'un ordinateur) et le calcul écrit (ce qui est usuellement désigné par le terme de « techniques opératoires »). Dans la vie courante, comme dans la vie professionnelle, le calcul instrumenté a largement remplacé le calcul écrit. La question de la place à accorder aux différents moyens de calculer doit donc être précisée.

Pour ces différents moyens, il convient de distinguer ce qui doit être automatisé et ce qui relève d'un traitement raisonné (calcul réfléchi).

Le calcul mental

Automatisé ou réfléchi, le calcul mental doit occuper la place principale à l'école élémentaire et faire l'objet d'une pratique régulière, dès le cycle 2. Une bonne maîtrise de celui-ci est indispensable pour les besoins de la vie quotidienne (que ce soit pour obtenir un résultat exact ou pour en évaluer un ordre de grandeur). Elle est nécessaire également à une bonne compréhension de certaines notions mathématiques (traitements relatifs à la proportionnalité, compréhension du calcul sur les nombres relatifs ou sur les fractions au collège…). Et surtout, une pratique régulière du calcul mental réfléchi permet de familiariser les élèves avec les nombres et d'approcher (en situation) certaines propriétés des opérations (voir les différentes méthodes utilisables pour calculer 37 + 18 ou 25 × 16). Dans ce domaine particulièrement, il convient de distinguer ce qu'il faut mémoriser ou automatiser (les tables, quelques doubles et moitiés, le calcul sur les dizaines et les centaines entières, les compléments à la dizaine supérieure…) et ce qu'il faut être capable de reconstruire (et qui relève du calcul réfléchi : idée de rendre plus simple un calcul, souvent en procédant par étapes plus nombreuses, mais en s'appuyant sur ce qui est connu). L'exploitation des diverses procédures mises en œuvre par les élèves pour un même calcul permet de mettre l'accent sur les raisonnements mobilisés et sur les propriétés des nombres et des opérations utilisées « en acte » (certains parlent d'ailleurs à ce sujet de « calcul raisonné »).

Le calcul instrumenté

Au-delà de son emploi dans le cadre de la résolution de problèmes, la pratique du calcul instrumenté (utilisation d'une calculatrice ou initiation à l'usage d'un tableur) doit donner lieu à des activités spécifiques. L'utilisation de machines nécessite en effet fréquemment une organisation préalable des calculs à effectuer puis des résultats obtenus, et un contrôle (par un calcul approché) de ceux-ci. De même, il est utile d'étudier certaines fonctionnalités des calculatrices, comme le résultat fourni par l'usage de la touche ⌹ en relation avec l'opération division, l'utilisation des touches mémoire en relation avec le calcul d'une expression comportant des parenthèses. Leurs possibilités et leurs limites peuvent ainsi être mises en évidence. Dès le cycle 2, il est possible de prévoir la mise à disposition de calculatrices pour les élèves, dans l'optique d'un usage raisonné des trois moyens de calcul évoqués.

Le calcul posé

Le travail sur les techniques usuelles (calcul posé) doit faire l'objet d'un recentrage. Pour l'addition, la soustraction et la multiplication, leur usage dans des cas simples (résultat à deux, trois ou quatre chiffres) doit être assuré. Cependant, une part essentielle de l'activité doit résider dans la recherche de la compréhension et de la justification des techniques utilisées, ce qui conduit à retarder un peu leur mise en place (par rapport à ce qui est fait habituellement) : à fin du cycle 2 pour la technique de l'addition et au cycle 3 pour celles de la soustraction et de la multiplication. Pour la division, on se limitera à des calculs posés simples à la fin du cycle 3 (du type 432 divisé par 7 ou 432 divisé par 35), calculés en gardant la trace des soustractions effectuées et en ayant la possibilité de poser des produits annexes. Il est essentiel que, bien avant que les techniques écrites usuelles ne soient mises en place, les élèves soient invités à produire des résultats en élaborant et en utilisant des procédures personnelles, non standard (mentalement ou en s'aidant d'un écrit).

Une place centrale pour la résolution de problèmes

La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. Dès les premiers apprentissages, les mathématiques doivent être perçues, et donc vécues comme fournissant des moyens, des outils pour anticiper, prévoir et décider. Faire des mathématiques, c'est élaborer de tels outils qui permettent de résoudre de véritables problèmes, puis chercher à mieux connaître les outils élaborés et s'entraîner à leur utilisation pour les rendre opératoires dans de nouveaux problèmes. Ces outils évolueront au collège et d'autres seront nécessaires pour traiter des problèmes de plus en plus complexes.

Construction des connaissances

La plupart des notions enseignées à l'école élémentaire (dans les domaines numérique, géométrique ou dans celui de la mesure) peuvent, à l'aide d'activités bien choisies et organisées par l'enseignant, être construites par les élèves comme outils pertinents pour résoudre des problèmes, avant d'être étudiées pour elles-mêmes et réinvesties dans d'autres situations. Les problèmes proposés doivent alors permettre aux élèves de prendre conscience des limites ou de l'insuffisance des connaissances dont ils disposent déjà et d'en élaborer de nouvelles dont le sens sera ensuite progressivement enrichi. Ainsi, un problème de partage peut-il être résolu dès la grande section d'école maternelle en s'appuyant uniquement sur des compétences relatives au dénombrement. Au cycle 2, les élèves ont pu résoudre le même type de problèmes (posés avec des nombres plus grands) à l'aide de l'addition ou de la soustraction itérée ou de leurs premières connaissances sur la multiplication. Au cycle 3, en partant des procédures élaborées précédemment, en les organisant et en cherchant comment réduire le nombre d'étapes, ils élaborent des techniques de calcul pour une nouvelle opération (la division) qu'ils reconnaissent alors comme pertinente pour résoudre tous ces types de problèmes. Le sens de la notion se construit ainsi progressivement, dans la durée.

Réinvestissement des connaissances

Certains problèmes sont destinés à permettre l'utilisation « directe » des connaissances acquises. D'autres peuvent nécessiter la mobilisation de plusieurs connaissances mathématiques (problèmes complexes) : situations proches de la vie de l'élève, effectivement vécues par la classe, ou en relation avec d'autres domaines de savoirs. Ils peuvent être présentés sous forme écrite (énoncés écrits, mais aussi tableaux, schémas ou graphiques), fournis oralement ou encore s'appuyer sur des situations authentiques et nécessiter que l'élève :
– recherche des informations sur différents supports ;
– reconnaisse, identifie et interprète les données pertinentes ;
– détermine, au cours de la résolution, de nouvelles questions en prenant conscience que les données ne sont pas toujours fournies dans l'ordre de leur traitement.

Problèmes de recherche

Dès l'école élémentaire, les élèves peuvent être confrontés à de véritables problèmes de recherche, pour lesquels ils ne disposent pas de solution déjà éprouvée et pour lesquels plusieurs démarches de résolution sont possibles. C'est alors l'activité même de résolution de problèmes qui est privilégiée dans le but de développer chez les élèves un comportement de recherche et des compétences d'ordre méthodologique : émettre des hypothèses et les tester, faire et gérer des essais successifs, élaborer une solution originale et en éprouver la validité, argumenter. Ces situations peuvent enrichir leur représentation des mathématiques, développer leur imagination et leur désir de chercher, leurs capacités de résolution et la confiance qu'ils peuvent avoir dans leurs propres moyens.

Solutions personnelles ou expertes

Des problèmes relevant des différentes catégories évoquées ci-dessus peuvent être traités très tôt par les élèves. Selon le moment où ils sont proposés, selon les connaissances disponibles chez les élèves, ils seront résolus par des « solutions personnelles » (comme le problème de partage, évoqué ci-dessus, résolu en grande section d'école maternelle par recours au dessin et au dénombrement, puis, à la fin du cycle 2 par l'utilisation de soustractions successives ou d'essais multiplicatifs) ou par une « solution experte » (ce même problème est résolu, à la fin du cycle 3, en utilisant la division). La possibilité offerte aux élèves d'élaborer de telles « solutions personnelles » originales constitue à la fois une avancée dans le développement de l'autonomie de l'élève et un moyen de différenciation pour l'enseignant. En s'appuyant sur le programme et en tenant compte des possibilités de ses élèves, l'enseignant déterminera le moment où, pour une catégorie de problèmes, la « solution experte » peut faire l'objet d'un enseignement organisé.

Mise en situation

Dans ces activités, l'enseignant doit créer les conditions d'une réelle activité intellectuelle des élèves. Lors de la résolution d'un problème, les élèves ne doivent pas se lancer trop vite dans un calcul avec les nombres de l'énoncé, ou appliquer ce qui vient d'être étudié en classe, sans s'interroger sur la pertinence des connaissances utilisées et sur la plausibilité du résultat. Ils doivent être mis en situation de prendre en charge les différentes tâches associées à la résolution d'un problème :

– faire des hypothèses et les tester ;
– élaborer une démarche pertinente afin de produire une solution personnelle ;
– organiser par un raisonnement différentes étapes d'une résolution ;
– vérifier par eux-mêmes les résultats obtenus ;
– formuler une réponse dans les termes du problème ;
– expliquer leurs méthodes, les mettre en débat, argumenter.

Parler, lire et écrire en mathématiques

Dans le cadre de l'apprentissage des mathématiques, les élèves sont amenés à utiliser la langue usuelle et à mettre en place des éléments du langage mathématique (vocabulaire, symboles, schémas, graphiques). L'un des objectifs de l'enseignement des mathématiques est aussi, au côté des autres disciplines, de contribuer au développement des compétences dans le domaine de la langue orale et écrite, tout en travaillant les spécificités du langage mathématique et de sa syntaxe parfois particulière.

À l'école élémentaire, essentiellement à partir du cycle 2, les élèves sont fréquemment sollicités pour travailler sur des tâches qui leur sont communiquées par écrit. Il faut veiller à ce que les difficultés de lecture ne viennent pas gêner les progrès en mathématiques dont sont capables les élèves. Le travail mathématique devient possible au moment où l'élève a compris la situation évoquée et la question posée et où il peut donc s'interroger sur la démarche à mettre en œuvre pour y répondre. L'excès de travail sur fiches doit être évité, en particulier avec les jeunes élèves (cycles 1 et 2).

Parler en mathématiques

Les problèmes ne doivent pas être assimilés à des énoncés écrits et on veillera à varier la façon dont ils sont proposés aux élèves :

– la question peut être posée oralement à partir d'une situation matériellement présentée aux élèves, ce qui offre l'avantage de permettre ensuite une vérification expérimentale de la réponse élaborée ;
– la situation support peut être décrite oralement, accompagnée de quelques éléments importants écrits au tableau ;
– si la situation est proposée sous forme d'un énoncé écrit, on peut demander aux élèves de la reformuler ou de l'expliciter oralement pour en faciliter la compréhension.

Quel que soit le cycle, pour les élèves dont le français n'est pas la langue maternelle et que le recours trop fréquent à des supports écrits risque d'exclure des activités mathématiques, les problèmes doivent le plus souvent être présentés sous forme orale, si possible en appui sur une situation matérialisée.

Il faut souligner, dans un autre registre, que l'oral et l'écrit ne mettent pas toujours en valeur la même information. Ainsi, en calcul mental, la somme 45 + 25 donnée par écrit peut-elle inciter à traiter d'abord les unités (en référence à l'opération posée) alors que, formulée oralement, elle conduit plus volontiers à commencer par additionner quarante et vingt. Le calcul mental s'appuie ainsi très souvent sur une désignation orale des nombres.

Les moments de mise en commun, d'explicitation des démarches et des résultats, d'échange d'arguments à propos de leur validité, se déroulent essentiellement de manière orale. On veillera, dans ces moments, à maintenir un équilibre entre les formulations spontanées utilisées par les élèves et la volonté de mettre en place un langage plus élaboré. Cette volonté ne doit pas freiner l'expression des élèves. Les moments de reformulation et de synthèse sont davantage l'occasion de mettre en place un vocabulaire et une syntaxe corrects.

L'enseignement des mathématiques donne lieu, dès l'école élémentaire, à l'apprentissage d'un vocabulaire précis. Les interférences entre « mots courants » et « mots mathématiques » peuvent être source de confusions auxquelles l'enseignant se doit d'être attentif. Ainsi le mot « droit » s'oppose-t-il souvent à l'idée de « penché » dans le langage courant (se tenir droit), alors qu'il évoque celle d'alignement pour un « trait droit » (qui peut être penché) ou se rapporte à une certaine « ouverture » lorsqu'on parle « d'angle droit ». Des moments pourront être utilement consacrés à mettre en évidence, avec les élèves, ces différences de signification d'un même terme.

De plus, la mise en place d'un vocabulaire précis (somme, produit, rectangle...) ne remplace pas la construction du concept. Ce vocabulaire n'a de sens que lorsque le concept est en construction et a déjà été utilisé implicitement par les élèves.

Lire en mathématiques

La spécificité des textes utilisés en mathématiques (par exemple, énoncés de problèmes, descriptions de figures géométriques) nécessite un travail particulier relatif à leur lecture : recherche des indices pertinents, allers-retours fréquents entre l'énoncé et la question, décodage de formulations particulières. Ainsi, la lecture d'une consigne comme « Trace la droite perpendiculaire à la droite D, qui passe par le point A » nécessite t-elle de comprendre que c'est la perpendiculaire demandée qui doit passer par le point A et non la droite D. Dans un premier temps, l'utilisation d'une consigne formulée en isolant les deux informations éviterait de telles confusions : « Trace une droite qui passe par le point A et qui est perpendiculaire à la droite D. »

Rappelons qu'il est important que la prise d'informations se fasse sur des supports variés (textes, tableaux, graphiques, schémas).

Écrire en mathématiques

Les élèves sont fréquemment placés en situation de production d'écrits. Il convient à cet égard de développer et de bien distinguer trois types d'écrits dont les fonctions sont différentes :

– les écrits de type « recherche » correspondent au travail privé de l'élève. Ils ne sont pas destinés à être communiqués, ils peuvent comporter des dessins, des schémas, des figures, des calculs. Ils sont un support pour essayer, se rendre compte d'une erreur, reprendre, rectifier, organiser sa recherche. Ils peuvent également être utilisés comme mémoire transitoire au cours de la résolution du problème. Si l'enseignant est amené à les consulter pour étudier le cheminement de l'élève, il ne doit ni les critiquer, ni les corriger ;

– les écrits destinés à être communiqués et discutés peuvent prendre des formes diverses (par exemple, affiche, transparent). Ils doivent faire l'objet d'un souci de présentation, de lisibilité, d'explicitation, tout en sachant que, le plus souvent, ils seront l'objet d'un échange entre les élèves au cours duquel des explications complémentaires seront apportées ;

– les écrits de référence sont élaborés en vue de constituer une mémoire du travail de l'élève ou de la classe. Ils sont donc destinés à être conservés et doivent être rédigés dans une forme correcte.

Ce n'est que progressivement que ces trois types d'écrits seront bien distingués, notamment au cycle 3. L'exigence syntaxique ou graphique (soin, présentation) varie également selon la finalité de la trace écrite, et ne doit pas faire obstacle à l'objectif principal qui reste l'activité de réflexion mathématique. On sera attentif en particulier à ne pas se limiter à des formes stéréotypées, sécurisantes, mais pour lesquelles l'exigence formelle prime trop souvent sur le contenu de l'explication.

L'attention doit également être attirée sur l'importance de la synthèse effectuée au terme d'un apprentissage. Celle-ci peut permettre d'élaborer un écrit trouvant sa place dans un aide-mémoire ou un mémento dans lesquels sont consignés les savoirs essentiels.

Enseignement des mathématiques et technologies de l'information et de la communication

Calculatrices, tableurs et logiciels

Comme cela a été évoqué précédemment, les moyens modernes de calcul (calculatrices et, dans un moindre mesure, tableurs) doivent devenir d'usage courant pour les élèves. Outre l'allègement de la charge de travail qu'ils permettent pour traiter des données tirées de « vraies situations », ils offrent l'occasion d'une approche plus expérimentale des mathématiques. Dans cet esprit, certains logiciels (comme les logiciels de géométrie dynamique) permettent de varier les points de vue sur un même concept.

Internet

Le monde Internet peut être utilisé, en mathématiques comme dans d'autres disciplines, pour la recherche de documentation (banques de problèmes, documents relatifs aux mathématiques ou à leur histoire) ou pour les échanges entre classes (par exemple, problèmes résolus en interaction, élaboration collective d'une documentation sur un thème donné).

Les logiciels d'entraînement

Des logiciels plus spécifiquement consacrés à l'entraînement de savoir-faire permettent, sous le contrôle de l'enseignant, de varier les exercices proposés. Ils favorisent un travail en autonomie, du moins pour ceux qui sont bien conçus, dans la mesure où ils signalent à l'élève les erreurs rencontrées et l'orientent vers d'autres exercices qui lui permettront de progresser. Dans ce domaine, il convient d'être particulièrement vigilant sur la pertinence et la qualité des produits utilisés.

Le rétroprojecteur

Il faut enfin souligner, en marge de ces réflexions, le bénéfice qui peut être tiré de l'usage du rétroprojecteur pour faire travailler tous les élèves sur un même support (document, production d'un élève ou d'un groupe d'élèves, utilisation de certains instruments…), pour favoriser, en géométrie, la perception d'une figure présentée dans plusieurs positions ou encore pour résoudre des problèmes nécessitant des déplacements de surfaces (réalisation de puzzles, par exemple).

Comme tous les autres moyens pédagogiques, ces différentes ressources ne trouvent leur pertinence que dans l'usage qu'en fait l'enseignant, en cohérence avec les objectifs poursuivis.

Différentes formes de travail

La construction et l'appropriation des connaissances mathématiques nécessitent des formes de travail variées, adaptées aux objectifs particuliers qui sont poursuivis, avec deux perspectives complémentaires :

– développer l'aptitude des élèves à effectuer un travail personnel;
– développer leur capacité à travailler en équipe.

Organisation de la classe et types d'activités

Les séances d'enseignement comportent en général différentes phases, avec des modes d'organisation diversifiés.

Les phases de recherche sont souvent plus efficaces et plus riches si elles sont conduites en petits groupes ou en ateliers, facilitant la confrontation des idées entre pairs et favorisant l'intérêt de tous les élèves pour la tâche proposée. Elles gagnent à être précédées par un moment de travail individuel qui permet à chaque élève « d'entrer dans le problème » et d'élaborer ses premières idées sur la solution à mettre en œuvre.

La présentation de la tâche et son explicitation, les phases de mise en commun, de confrontation et de débat, tout comme les moments de synthèse nécessitent, aux cycles 2 et 3, un travail avec l'ensemble du groupe classe.

Les moments d'entraînement, de répétition, d'évaluation doivent nécessairement faire l'objet d'un travail individuel. Il en est de même pour certaines recherches ou pour des temps de rédaction de solutions qui doivent permettre à l'élève de se confronter seul à l'ensemble des tâches relatives à la résolution d'un problème.

Matériel et manipulations

Le travail mathématique est évidemment un travail de l'esprit. Mais celui-ci, en particulier à l'école élémentaire, s'exerce souvent à partir de questions posées sur des objets ou sur des expériences. Le matériel présent dans la classe doit donc être riche, varié et mis à disposition des élèves: cubes, jetons, bouliers, compteurs, instruments de géométrie et de mesure, jeux, etc.

Il faut cependant se convaincre que ce n'est pas la manipulation d'un matériel qui constitue l'activité mathématique, mais les questions qu'elle suggère. Il convient ainsi de bien distinguer les tâches de constat ou d'observation, qui invitent l'élève à lire une réponse sur le matériel, des tâches d'anticipation qui lui demandent d'élaborer, de construire par lui-même une réponse dont il pourra ensuite vérifier la validité en revenant à l'expérience.

Compréhension et mémorisation

La plupart des connaissances se construisent sur la durée, avec des phases où elles sont élaborées et utilisées sans être encore explicitées, des phases où elles sont reconnues et nommées, des phases où elles sont entraînées dans le but d'être mémorisées et rapidement disponibles.

À condition de ne pas intervenir prématurément, de prendre appui sur une compréhension suffisante, la phase de mémorisation est essentielle pour que les élèves puissent avoir recours efficacement aux connaissances. Il en va ainsi, par exemple, pour:
– des résultats de calcul (notamment les tables), les tables d'additions doivent ainsi être maîtrisées au début du cycle 3, c'est-à-dire disponibles aussi bien pour donner une somme, une différence qu'un complément, et les tables de multiplications maîtrisées au cycle 3, c'est-à-dire disponibles aussi bien pour donner un produit, déterminer le rapport entre deux nombres ou décomposer un nombre sous forme de produits; ces compétences sont absolument indispensables pour la scolarité au collège;
– des techniques de calcul posé, avec des nombres simples;
– des procédures de résolution expertes de certains problèmes;
– les relations entre unités usuelles du système métrique pour les longueurs et les masses ou entre unités de durée.

Diversité des élèves et formes de travail

La nécessité de prendre en compte la diversité des élèves s'impose aujourd'hui avec davantage d'acuité. Elle implique deux questions importantes: celle de l'évaluation des connaissances des élèves et celle de la différenciation des modalités d'apprentissage.

Concernant l'évaluation, il est indispensable de distinguer:
– d'une part, la prise d'informations en cours d'apprentissage, qui permet de faire le point sur l'état des connaissances et des conceptions des élèves et donc de réguler le processus d'enseignement: cette prise d'informations n'impose pas nécessairement l'utilisation de dispositifs spécifiques; elle peut être intégrée au dispositif d'enseignement et se faire en observant et en analysant au quotidien les productions des élèves qui permettent de repérer les procédures utilisées et d'identifier les erreurs;
– d'autre part, le bilan des acquisitions au terme d'une période d'apprentissage (dont l'analyse des résultats) doit conduire à mettre en place des dispositifs d'aide personnalisée.

La différenciation est souvent pensée au travers de la mise en place d'activités différentes pour des groupes d'élèves dont les performances ont été repérées elles-mêmes comme différentes. Sans renoncer à ce type de différenciation, il convient d'en relativiser l'usage dans la mesure où il risque de conduire à un éclatement du groupe classe. La différenciation peut être pensée différemment, en proposant les mêmes tâches à tous, dans au moins deux directions:
– en permettant qu'une même tâche (un même problème, par exemple) soit traitée par des démarches différentes, en relation avec les connaissances que les élèves sont capables de mobiliser: l'exploitation et la confrontation collective des différentes démarches utilisées peuvent être une occasion de progrès pour certains élèves;

– en variant, pour une même tâche, soit les supports utilisés pour présenter la situation (texte, dessin, situation concrète), soit les outils mis à disposition des élèves pour la traiter.

Pour les élèves qui rencontrent des difficultés importantes dans l'apprentissage des mathématiques, des dispositifs d'aides personnalisées doivent être mis en place, tout en restant attentif à un certain nombre de points :

– éviter que l'écrit ne devienne une difficulté supplémentaire trop importante (voir les réflexions faites dans les paragraphes précédents) ;

– identifier les objectifs prioritaires, c'est-à-dire ceux qui sont liés à des acquisitions indispensables pour la suite des apprentissages et centrer l'effort sur ces objectifs ;

– maintenir un équilibre entre la nécessaire compréhension des notions et l'entraînement sur des tâches purement techniques qui ne peut en aucun cas se substituer à cette compréhension : en particulier les élèves faibles doivent, comme les autres, être confrontés à des situations de résolution de problèmes.

Compétences et activités de formation

Le programme décrit, pour chaque contenu, les compétences élaborées au cours de chaque cycle. Les commentaires qui les accompagnent dans le document d'application apportent un éclairage sur les modalités d'apprentissage et quelques précisions, en particulier pour distinguer :

– les compétences qui doivent être maîtrisées en fin de cycle parce qu'elles conditionnent les apprentissages du suivant ;

– les compétences qui sont en cours de construction et qui, bien que leur maîtrise complète ne soit envisagée que pour le cycle suivant, doivent faire l'objet d'un premier apprentissage structuré.

La définition de ces compétences vise donc à clarifier les attentes, à préciser les priorités et à fournir des repères dans le but d'aider les équipes d'enseignants dans leur travail de programmation et dans la mise au point des évaluations qui permettent d'en baliser la réalisation.

Il importe de bien garder à l'esprit que la liste des compétences, si elle fixe les objectifs à atteindre, ne détermine pas pour autant les moyens pédagogiques à utiliser pour cela.

L'ordre d'exposé des compétences, pour chaque domaine, ne correspond pas nécessairement à celui de leur apprentissage, d'autant plus que ces compétences ne s'acquièrent ni isolément les unes des autres, ni en une seule fois.

Pour prendre sens pour les élèves, les notions mathématiques et les compétences qui leur sont liées doivent être mises en évidence et travaillées dans des situations riches, à partir de problèmes à résoudre, avant d'être entraînées pour elles-mêmes. Dans cette perspective, l'évaluation de la maîtrise des compétences par les élèves ne peut pas se limiter à la seule vérification de leur fonctionnement dans des exercices techniques. Il faut aussi s'assurer que les élèves sont capables de les mobiliser d'eux-mêmes, en même temps que d'autres compétences, dans des situations où leur usage n'est pas explicitement sollicité dans la question posée ou encore de les faire intervenir dans le cadre d'une argumentation.

Il faut également prendre en compte le fait que tout apprentissage se réalise dans la durée, dans des activités variées et que toute acquisition nouvelle doit être reprise, consolidée et enrichie. Dans cette perspective, la répétition d'exercices vides de sens pour l'élève à un moment donné n'est pas la meilleure stratégie pour favoriser la maîtrise d'une compétence. C'est parfois dans le cadre d'un travail ultérieur, en étudiant d'autres aspects de la notion en jeu ou d'autres concepts, qu'une compétence non maîtrisée à un certain moment pourra être consolidée.

Contenus, compétences et commentaires

Place de la résolution de problèmes dans les apprentissages mathématiques au cycle 3

Comme dans les cycles précédents, la résolution de problèmes occupe une place centrale dans la construction et l'appropriation par les élèves des notions mathématiques répertoriées dans les différentes rubriques du programme.

Les activités relatives à la résolution de problèmes portent sur:

– des problèmes de recherche, c'est-à-dire des problèmes pour lesquels l'élève ne dispose pas de démarche préalablement explorée: certains de ces problèmes sont utilisés pour permettre la construction de connaissances nouvelles, d'autres sont davantage destinés à placer l'élève en situation de chercher, d'élaborer une solution originale;

– des problèmes destinés à permettre l'utilisation des acquis antérieurs dans des situations d'application et de réinvestissement ;

– des problèmes destinés à permettre l'utilisation conjointe de plusieurs connaissances dans des situations plus complexes.

Certains problèmes offrent l'occasion de mettre en relation des connaissances numériques et des connaissances géométriques, alors que d'autres problèmes peuvent se situer en dehors du domaine numérique (problèmes purement géométriques, problèmes de type logique…).

Un même problème, suivant le moment où on le propose, les connaissances des élèves à qui on le destine et la gestion qui en est faite, peut relever de l'une ou l'autre des catégories.

À travers ces activités, le développement des capacités à chercher, abstraire, raisonner, prouver, amorcé au cycle 2, se poursuit. Pour cela, il est nécessaire de porter une attention particulière aux démarches mises en œuvre par les élèves, à leurs erreurs, à leurs méthodes de travail et de les exploiter dans des moments de débat.

Les situations sur lesquelles portent les problèmes sont diverses. Elles peuvent être issues de la vie de la classe, de la vie courante, d'autres domaines de connaissances (sciences expérimentales et technologie, géographie…), de jeux, ou concerner des objets mathématiques (figures, nombres…).

Elles sont présentées sous des formes variées : à partir d'une expérience effective, à partir d'une description orale, à partir d'un support écrit (texte, document, tableau, graphique, schéma, figure).

Des compétences spécifiques, d'ordre méthodologique, sont à l'œuvre dans les activités de résolution de problèmes, que ceux-ci soient situés dans le domaine numérique, dans le domaine géométrique ou dans celui de la mesure. Ces compétences n'ont pas à être travaillées pour elles-mêmes, l'objectif essentiel étant toujours de résoudre le problème proposé.

Au cycle 3, les compétences suivantes seront particulièrement travaillées:

– utiliser ses connaissances pour traiter des problèmes;

– chercher et produire une solution originale dans un problème de recherche;

– mettre en œuvre un raisonnement, articuler les différentes étapes d'une solution;

– formuler et communiquer sa démarche et ses résultats par écrit et les exposer oralement;

– contrôler et discuter la pertinence ou la vraisemblance d'une solution;

– identifier des erreurs dans une solution en distinguant celles qui sont relatives au choix d'une procédure de celles qui interviennent dans sa mise en œuvre;

– argumenter à propos de la validité d'une solution produite par soi-même ou par un camarade (ceci suppose que les élèves ne pensent pas que la démarche est unique, et donc que l'enseignant accepte des démarches différentes).

Exploitation de données numériques

Ce qu'on appelle traditionnellement le « sens des opérations » doit être au centre des préoccupations. À la fin du cycle 3, les élèves doivent être capables de reconnaître quelle opération permet de résoudre la plupart des problèmes qui peuvent être traités à l'aide d'une seule opération. Certains problèmes à une opération ne sont cependant pas reconnus comme tels par tous les élèves et nécessitent le recours à des procédures personnelles : c'est par exemple le cas de certains problèmes de division euclidienne que les élèves vont résoudre par soustractions successives ou par essais de produits. Ces solutions ne doivent pas être rejetées, mais au contraire encouragées chaque fois que le calcul expert n'est pas reconnu par les élèves. Par ailleurs, en utilisant des procédures expertes ou personnelles, les élèves doivent pouvoir résoudre des problèmes nécessitant le recours à des étapes intermédiaires.

Les élèves sont entraînés à choisir le procédé de calcul le plus adapté pour trouver un résultat numérique à un problème : calcul mental exact ou approché, calcul posé, calcul instrumenté.

À travers la résolution de problèmes appropriés, les élèves différencient progressivement les situations qui relèvent de la proportionnalité de celles qui n'en relèvent pas et les résolvent en utilisant des raisonnements personnels adéquats. Il s'agit d'une première approche de cette notion qui ne fait, au cycle 3, l'objet d'aucune étude systématique, celle-ci relevant du collège.

Les élèves sont également confrontés à la lecture, à l'interprétation et à l'utilisation de divers modes de représentation des données : diagrammes, graphiques, tableaux. L'analyse critique de l'information mise en évidence par de tels supports contribue à l'éducation civique des élèves.

Problèmes relevant des quatre opérations

Compétences	**Commentaires**
– Résoudre des problèmes en utilisant les connaissances sur les nombres naturels et décimaux et sur les opérations étudiées.	Chaque fois que c'est possible, les situations issues de la vie de la classe ou du travail dans d'autres disciplines sont privilégiées. Les connaissances numériques des élèves, qu'elles portent sur les nombres ou sur le calcul, n'ont d'intérêt que si elles peuvent être mobilisées pour résoudre des problèmes. Selon les problèmes proposés, selon la maîtrise qu'il a des connaissances en jeu, l'élève a recours aux procédures expertes ou élabore des procédures personnelles de résolution. Au cycle 3, on propose des problèmes nécessitant des raisonnements et la détermination d'étapes intermédiaires. Pour les problèmes à étapes, la solution peut être donnée sous différentes formes : suite de calculs, calcul avec parenthèses… La mise en forme de la démarche et des résultats n'est pas limitée à des formes stéréotypées. Celle-ci doit être adaptée à la situation proposée et aux interlocuteurs à qui elle est destinée. Dans tous les cas, les exigences doivent être précisées par l'enseignant.

	Certaines activités de calcul mental s'appuient sur des petits problèmes qui permettent de renforcer le sens des opérations et la connaissance des propriétés sur les nombres. La résolution de problèmes s'appuie elle-même souvent sur des démarches mentales grandement facilitées par une bonne capacité à calculer mentalement.

Proportionnalité

Compétences	Commentaires
– Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité, en utilisant des raisonnements personnels appropriés (dont des problèmes relatifs aux pourcentages, aux échelles, aux vitesses moyennes ou aux conversions d'unités).	L'étude de la proportionnalité pour elle-même relève du collège. À l'école primaire, il s'agit d'étendre la reconnaissance de problèmes qui relèvent du domaine multiplicatif. Ces problèmes sont traités en s'appuyant sur des raisonnements qui peuvent être élaborés et énoncés par les élèves dans le contexte de la situation. Par exemple pour le problème « Il faut mettre 400 g de fruits avec 80 g de sucre pour faire une salade de fruits. Quelle quantité de sucre faut-il mettre avec 1 000 g de fruits ? », les raisonnements peuvent être du type : – pour 800 g de fruits (2 fois plus que 400), il faut 160 g de sucre (2 fois plus que 80) et pour 200 g de fruits (2 fois moins que 400), il faut 40 g de sucre (2 fois moins que 80). Pour 1000 g (800 g + 200 g) de fruits, il faut donc 200 g (160 g + 40 g) de sucre ; – la masse de sucre nécessaire est cinq fois plus petite que la masse de fruits ; il faut donc 200 g de sucre (1000 : 5 = 200). Dans certains cas, le passage par l'unité est nécessaire. Par exemple, pour résoudre le problème « 2 cm sur le papier représentent 5 km sur le terrain. La distance à vol d'oiseau entre deux villes est de 7 cm. Quelle est la distance réelle ? », le raisonnement peut être du type : 1 cm sur le papier représente 2,5 km (deux fois moins que 2 cm), donc 7 cm sur le papier représentent 17,5 km (sept fois plus que 1 cm) ou 6 cm + 1 cm correspond à 15 km + 2,5 km. La mise en œuvre de ces raisonnements suppose que l'élève ait identifié qu'ils étaient pertinents pour la situation proposée. Si un seul couple de nombres en relation est fourni (par exemple, « 6 objets coûtent 15 euros, combien coûtent 9 objets ? »), il doit faire appel à des connaissances sociales (la relation entre quantité et prix est souvent une relation de proportionnalité). En revanche, la donnée de deux couples de nombres (ou plus) en relation lui permet d'inférer la relation de proportionnalité (par exemple, « pour 50 g de chocolat, il faut 10 g de sucre et pour 100 g de chocolat, il faut 20 g de sucre ; combien faut-il de sucre pour 325 g de chocolat ?). Dans d'autres cas, le recours à une expérience effective peut être un moyen de vérifier la relation de proportionnalité entre les grandeurs en jeu : par exemple, relation entre quantité de liquide et hauteur atteinte dans un verre cylindrique, relation entre longueurs du côté et de la diagonale d'un carré. Des activités de placement de nombres sur une droite partiellement graduée sont également l'occasion d'utiliser ce type de raisonnement : par exemple, placement de 50 et 500 sur une droite où sont déjà placés 0 et 200. La graduation des axes d'un graphique pour représenter des couples de données fournit des occasions d'un tel travail. Il est important que soient proposées aussi bien des situations qui relèvent de la proportionnalité que des situations qui n'en relèvent pas. Dans tous les cas, on s'appuiera sur des situations concrètes (par exemple, sur des expériences en lien avec le programme de sciences comme l'étalonnement d'un verre doseur conique comparé à un verre doseur cylindrique).

	L’utilisation de tableaux de nombres ou de graphiques permet d’organiser des informations dans de nombreuses situations. Ces outils ne doivent pas être associés systématiquement à la proportionnalité. Les situations faisant intervenir des pourcentages, des échelles, des vitesses moyennes, des conversions d’unités sont traitées avec les mêmes procédés. Aucun procédé expert n’a à être enseigné à ce niveau : ceux-ci seront étudiés en 6^{e} et 5^{e}, au collège. La touche « % » de la calculatrice n’est donc pas utilisée au cycle 3. Par exemple, si on sait que sur 350 élèves, 40 % mangent à la cantine, l’élève peut s’appuyer sur un raisonnement du type : – pour 100 élèves, 40 mangent à la cantine ; – pour 300 élèves (3 fois plus), 120 mangent à la cantine (3 fois plus) ; – pour 50 élèves (moitié de 100), 20 mangent à la cantine (moitié de 40) ; – pour 350 élèves (300 + 50), ce sont donc 140 élèves qui mangent à la cantine (120 + 20). Les quelques conversions d’unités envisagées seront aussi reliées à la proportionnalité : par exemple, pour convertir 43 dm^2 en cm^2, l’élève peut utiliser le fait que 1 dm^2 = 100 cm^2 ; 43 dm^2, c’est donc 4300 cm^2 (43 fois 100 cm^2).

Organisation et représentation de données numériques

Compétences	**Commentaires**
– Organiser des séries de données numériques (listes, tableaux…). **– Lire, interpréter et construire quelques représentations : diagrammes, graphiques.**	Les situations qui conduisent à utiliser diverses représentations d’un ensemble de données (tableaux, graphiques, diagrammes) s’appuient sur des données effectives : enquêtes, mesurages en physique ou en biologie (exemple de l’évolution de la taille d’un enfant, d’un animal ou d’une plante), documents en géographie… Dans un premier temps, les élèves sont mis en situation de lecture et d’interprétation de ces différents types de présentation des données, puis, dans des cas simples, en situation de production (voir rubrique « Proportionnalité »). Les situations de construction de diagrammes ou graphiques se limitent à des cas simples ou ayant recours à l’outil informatique (une première initiation au tableur peut être envisagée). Quelques exemples de phénomènes aléatoires peuvent être proposés dans la perspective de faire apparaître des régularités (par exemple, lancers d’une pièce ou d’un dé, lancers de deux dés dont on fait la somme).

Connaissance des nombres entiers naturels

Les connaissances relatives à la désignation orale, littérale ou chiffrée des nombres naturels, comme celles relatives à l'ordre sur ces nombres, doivent être bien maîtrisées à la fin de l'école primaire. Elles sont indispensables à la poursuite des apprentissages au collège. Elles sont complétées par une première approche de leur structuration arithmétique, caractérisée par la maîtrise de certaines relations entre les nombres, et qui sera approfondie au collège.

Ces connaissances ne doivent pas fonctionner uniquement pour elles-mêmes. Elles doivent, le plus souvent, être envisagées en relation avec des activités de résolution de problèmes : dénombrement, mesurage, graduation.

Désignations orales et écrites des nombres entiers naturels

Compétences	**Commentaires**
– Déterminer la valeur de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position.	La valeur des chiffres doit être constamment envisagée en relation avec les activités de groupements et d'échanges qui la sous-tendent. Les mots dizaines, centaines, milliers… sont employés comme synonymes et reformulés sous la forme de « paquets » de 10, de 100, de 1 000... Ainsi : – dans 5 324, le 3 signifie 3 paquets de 100, c'est-à-dire 300 ou encore 3 centaines (et non 3 unités) ; – dans 8 926, il y a 89 paquets de 100 ou 892 paquets de 10. Les formulations du type « Combien y a-t-il de paquets de 10 dans 8 926 ? » accompagnent celles comme « Quel est le nombre de dizaines dans 8 926 ? ». Dans cette perspective, il convient d'éviter les activités formelles et l'utilisation trop systématique du tableau de numération.
– Donner diverses décompositions d'un nombre en utilisant 10, 100, 1000, etc. **– Retrouver rapidement l'écriture chiffrée d'un nombre à partir d'une décomposition utilisant 10, 100, 1000, etc.**	Ces décompositions peuvent être du type suivant : $5\,324 = (5 \times 1\,000) + (3 \times 100) + (2 \times 10) + 4$ $5\,324 = (53 \times 100) + 24$. Mais aussi : $(3 \times 100) + (5 \times 1\,000) + (6 \times 10) = 5\,360$ $(3 \times 100) + (12 \times 10) + 8 + (5 \times 1\,000) = 5\,428$. De telles égalités sont produites en référence à la valeur des chiffres en fonction de leur position plutôt qu'à l'utilisation du tableau de numération. Elles peuvent également être contrôlées par un calcul. Les notations du type 10^2, 10^3… ne sont pas utilisées à l'école primaire.
– Produire des suites orales et écrites de 1 en 1, 10 en 10, 100 en 100, à partir de n'importe quel nombre.	Il s'agit de mettre en évidence les régularités des suites de nombres écrits en chiffres (en liaison, par exemple, avec le fonctionnement d'un compteur) ainsi que les régularités et les accidents des suites de nombres dits oralement.

	La production de suites de nombres (écrits en chiffres) de 10 en 10, 100 en 100… doit être mise en relation avec les effets d'ajouts successifs de 10 (ou d'une dizaine), de 100 (ou d'une centaine)… À partir de ces activités, les élèves peuvent commencer à envisager le caractère infini de ces suites.
– Associer la désignation orale et la désignation écrite (en chiffres), pour des nombres jusqu'à la classe des millions.	Exemples : – 56 246 789 se lit 56 millions 246 mille 789 ; – cent sept millions cinquante-trois mille cent trente-quatre s'écrit 107 053 134. L'intérêt du découpage en tranches de trois chiffres pour la lecture usuelle des nombres (fondée sur les classes : mille, millions, milliards…) est souligné et les difficultés inhérentes à l'écriture en chiffres des nombres ayant un ou plusieurs zéros intermédiaires font l'objet d'une attention particulière. L'étude se limite aux nombres de la classe des millions, mais des nombres plus grands peuvent être rencontrés.

Ordre sur les nombres entiers naturels

Compétences	**Commentaires**
– Comparer deux entiers naturels, utiliser les signes < et > (lus « plus petit » et « plus grand »). **– Ranger des nombres en ordre croissant ou décroissant.** **– Situer un nombre dans une série ordonnée de nombres.**	La compréhension de l'ordre (savoir quel est le plus petit ou le plus grand nombre, savoir ranger des nombres) doit précéder l'utilisation des symboles < ou >. Le vocabulaire « inférieur à, supérieur à » commence à être utilisé en même temps que « plus petit, plus grand ». L'usage simultané des symboles « = », « < » et « > » pour rendre compte de la comparaison d'écritures arithmétiques permet de renforcer la signification mathématique du symbole d'égalité. Au cours de l'apprentissage, les procédures de comparaison font l'objet d'une explicitation par les élèves.
– Écrire des encadrements d'entiers entre deux dizaines consécutives, deux centaines consécutives, deux milliers consécutifs…	Exemples : – 650 < 658 < 660, mais aussi 600 < 658 < 700 ; – 4 800 < 4 862 < 4 900, mais aussi 4 000 < 4 862 < 5 000.
– Situer précisément ou approximativement des nombres sur une droite graduée de 10 en 10, de 100 en 100…	Par exemple, sur une droite graduée de 100 en 100 : – pour placer exactement 450, on peut utiliser le fait qu'il se situe à « mi-chemin » entre 400 et 500 ; – pour placer approximativement 276, on peut utiliser le fait qu'il est plus près de 300 que de 200. Le placement précis nécessite des compétences relatives à la proportionnalité : les distances entre deux nombres sont proportionnelles aux écarts (différences) entre les deux nombres. Le placement approché permet de développer des compétences qui seront utiles pour le calcul approché (approximation des nombres). L'utilisation d'une frise historique peut également être l'occasion d'activités de placement approché.

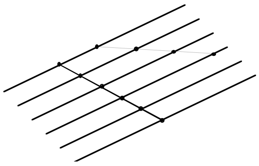
Structuration arithmétique des nombres entiers naturels

Compétences	Commentaires
– Connaître et utiliser des expressions telles que : double, moitié ou demi, triple, tiers, quadruple, quart, trois-quarts, deux tiers, trois demis d'un nombre entier.	Ces expressions, d'usage courant, ne sont pas nécessairement reliées à des fractions : la moitié de 50 est 25, le quart de 60 est 15… Elles peuvent être utilisées avant la rencontre avec les fractions, le lien étant établi à ce moment-là.
– Connaître et utiliser certaines relations entre des nombres d'usage courant : entre 5, 10, 25, 50, 75, 100 ; entre 50, 100, 200, 250, 500, 750, 1000 ; entre 5, 15, 30, 45, 60, 90.	La structuration des nombres autour du nombre 100 fait l'objet d'une attention particulière. Exemples de relations : 100 = 75 + 25 ; 100 = 4 × 25 ; 75 = 3 × 25. La diversité des écritures d'un même nombre est mise en évidence, par exemple pour le nombre 15 : 10 + 5 ; 3 × 5 ; la moitié de 30 ; le quart de 60.
– Reconnaître les multiples de 2, de 5 et de 10.	Le mot « multiple » est à connaître et à utiliser au cycle 3. En revanche, le mot « diviseur » a deux sens : diviseur exact (5 est un diviseur de 35 qui est une formulation équivalente à 35 est un multiple de 5), et nombre par lequel on divise (dans la division euclidienne de 38 par 5, le diviseur est 5, le quotient 7, le reste 3). Le mot « diviseur » n'est pas utilisé, à l'école primaire, dans le premier de ces sens. La notion de multiple, comme celle de diviseur, n'a pas à faire l'objet d'une étude systématique à l'école primaire. Celle-ci relève du collège. Cependant, les élèves sont amenés à reconnaître rapidement les nombres qui sont des doubles ou qui sont des multiples de 5 (c'est-à-dire qui sont dans « la table de 5 » ou son prolongement). De même pour 10, 100...

Connaissance des fractions et des nombres décimaux

Au cycle 3, une toute première approche des fractions est entreprise, dans le but d'aider à la compréhension des nombres décimaux. L'étude des fractions et des nombres décimaux sera poursuivie au collège. Il convient donc de distinguer les compétences qui doivent être maîtrisées avant l'entrée au collège, de celles qui sont encore en cours de construction à la fin du cycle 3 et de celles dont l'approche et la construction relèvent du collège. Les commentaires qui suivent devraient aider à faire cette distinction.
Les fractions et les nombres décimaux doivent d'abord apparaître comme de nouveaux nombres, utiles pour résoudre des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre de façon satisfaisante : problèmes de partage, de mesure de longueurs ou d'aires, de repérage d'un point sur une droite.
La plupart des connaissances relatives à ces nouveaux nombres peuvent être travaillées et interprétées dans les contextes énoncés précédemment et utilisées dans des activités relevant d'autres champs disciplinaires (sciences et technologie, géographie…). Dans toutes les utilisations des nombres décimaux en situation, l'attention des élèves est attirée sur le choix des décimales pertinentes : précisions permises par les instruments et la taille des objets, compatibilité avec les usages sociaux.

Fractions

Compétences	**Commentaires**
– Utiliser, dans des cas simples, des fractions ou des sommes d'entiers et de fractions pour coder le résultat de mesurages de longueurs ou d'aires, une unité de mesure étant choisie explicitement. **– Nommer les fractions en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart…, dixième, centième…** **– Une unité de longueur étant fixée explicitement, construire un segment ou une bande de papier dont la mesure de la longueur est donnée sous la forme d'une fraction.** **– Une unité d'aire étant fixée explicitement (éventuellement prédécoupée), construire une**	En dehors de la connaissance des fractions d'« usage courant », le travail sur les fractions est essentiellement destiné à donner du sens aux nombres décimaux envisagés comme fractions décimales ou sommes de fractions décimales (fractions de dénominateurs 10, 100, 1 000…). Exemple : $2,58=\frac{258}{100}=2+\frac{58}{100}=2+\frac{5}{10}+\frac{8}{100}$. Outre les fractions décimales, les fractions utilisées ont un dénominateur compris entre 2 et 5 (ou des puissances de ces nombres comme 4, 8, 16, 9, 25…). Les fractions telles que $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$… peuvent être illustrées ou évoquées en référence à des pliages successifs en deux de l'unité (on évitera d'utiliser les notations du type 1/2, avec la barre oblique).  Dans d'autres cas, par exemple ceux où l'unité est partagée en trois ou en cinq, on peut avoir recours à un réseau de droites parallèles équidistantes. Ce réseau permet de

surface dont la mesure de l'aire est donnée sous la forme d'une fraction. **– Reconnaître parmi plusieurs écritures, dont des fractions, celle(s) qui exprime(nt) soit la mesure de la longueur d'un segment donné (l'unité de longueur étant fixée), soit la mesure de l'aire d'une surface donnée (l'unité d'aire étant fixée).**	partager une longueur en plusieurs longueurs égales, sans recours à la division. Des fractions supérieures à 1 sont utilisées. En classe de sixième, un travail approfondi conduit à concevoir $\frac{7}{3}$ comme quotient de 7 par 3. Il est donc important que la signification « 7 fois le tiers de l'unité ou 7 fois $\frac{1}{3}$ » soit travaillée à l'école primaire. Le « dénominateur » nomme le type de partage de l'unité (en parts égales) alors que le « numérateur » précise le nombre de parts qui sont reportées. Ce vocabulaire peut être utilisé en situation, mais il n'est pas exigible de la part des élèves. La notation 2/3 sera évitée. Les écritures du type $2+\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$ peuvent être utilisées dans des contextes de mesure de longueurs de segments ou d'aires de surfaces, obtenus par juxtaposition d'autres segments ou surfaces. Les élèves ont l'occasion de rencontrer des entiers sous écriture fractionnaire, à partir d'égalités comme : $\frac{9}{3}=3$; $\frac{40}{10}=4$. Ces égalités peuvent être justifiées : $\frac{9}{3}$, c'est « 9 tiers de l'unité, ou 3 fois 3 tiers de l'unité, donc 3 unités », ce qui peut être illustré à l'aide de segments. La comparaison des écritures fractionnaires relève du collège. Cependant, dans des cas simples, les élèves peuvent comparer deux fractions de même dénominateur en s'appuyant sur leur signification : « $\frac{2}{3}<\frac{5}{3}$, car dans la première il y a deux tiers alors qu'il y en a cinq dans la deuxième. » De même, on peut conclure que « $\frac{14}{8}$ est égal à $\frac{7}{4}$ parce qu'il faut deux huitièmes pour obtenir un quart ».
– Encadrer une fraction simple par deux entiers consécutifs. **– Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.**	Les raisonnements utilisés pour encadrer une fraction entre deux entiers ou pour écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 sont du type : « Dans $\frac{7}{3}$ (sept tiers), il y a deux fois $\frac{3}{3}$ et $\frac{1}{3}$. Or $\frac{3}{3}$ c'est 1. Donc $2<\frac{7}{3}<3$ et $\frac{7}{3}=2+\frac{1}{3}$ ». Ces raisonnements peuvent être appuyés sur une utilisation des fractions dans le cadre de la mesure des longueurs ou des aires.

Désignations orales et écrites des nombres décimaux

Compétences	**Commentaires**
– Déterminer la valeur de chacun des chiffres composant une écriture à virgule, en fonction de sa position.	Les écritures à virgule prennent sens en étant mises en relation avec les fractions décimales, ce qui correspond à l'introduction historique des décimaux. Cela permet de comprendre que la valeur d'un chiffre est dix fois plus petite que celle du chiffre écrit immédiatement à sa

– Passer pour un nombre décimal, d'une écriture fractionnaire (fractions décimales) à une écriture à virgule (et réciproquement). **– Utiliser les nombres décimaux pour exprimer la mesure de la longueur d'un segment ou celle de l'aire d'une surface (une unité étant donnée).** **– Utiliser les nombres décimaux pour repérer un point sur une droite graduée régulièrement de 1 en 1.**	gauche et dix fois plus grande que celle du chiffre qui est écrit immédiatement à sa droite (ce qui est vrai aussi bien pour la partie entière que pour la partie décimale). Exemples d'égalités qui peuvent être utilisées : $\frac{956}{10} = 95 + \frac{6}{10} = 95,6$; $\frac{503}{100} = 5 + \frac{3}{100} = 5,03$. Comme dans le cas des fractions, de telles égalités ne doivent pas avoir un caractère formel. Elles doivent pouvoir être interprétées en référence soit à des longueurs de segments mesurés avec une unité donnée et ses sous-unités (obtenues par partage en 10, 100… le partage étant effectif ou seulement évoqué) soit au placement de nombres sur une graduation.
– Écrire et interpréter sous forme décimale une mesure donnée avec plusieurs unités (et réciproquement).	Dans le cas où une grandeur est exprimée à l'aide des unités usuelles, il s'agit de mettre en relation des désignations telles que 3 m 25 cm et 3,25 m ou 3 m 5 cm et 3,05 m ou encore 2 h 30 min et 2,5 h. Ce dernier exemple ne doit pas donner lieu à des développements excessifs, mais, dans des cas simples comme celui-ci, être l'occasion d'utiliser le fait que 2 h 30 c'est 2 heures et demie et que un demi, c'est aussi 0,5. C'est aussi l'occasion de relier « centime d'euro » et « centième d'euro ».
– Produire des décompositions liées à une écriture à virgule, en utilisant 10 ; 100 ; 1 000… et 0,1 ; 0,001…	Exemples de décompositions : $156,34 = 100 + (5 \times 10) + 6 + \left(3 \times \frac{1}{10}\right) + \left(4 \times \frac{1}{100}\right)$; $156,34 = 100 + 50 + 6 + (3 \times 0,1) + (4 \times 0,01)$. La deuxième égalité ne nécessite pas de connaissances sur la multiplication par un nombre décimal, mais seulement de connaître l'égalité entre $\frac{1}{10}$ et 0,1.
– Produire des suites écrites ou orales de 0,1 en 0,1, de 0,01 en 0,01…	Les observations de régularités sur de telles suites peuvent être comparées à celles faites sur les suites obtenues avec des entiers naturels en comptant de 1 en 1, de 10 en 10, etc.
– Associer les désignations orales et l'écriture chiffrée d'un nombre décimal.	Exemples : 14,5 se lit 14 et demi ou 14 et 5 dixièmes ; 5,23 se lit 5 et 23 centièmes ou 5 et 2 dixièmes et 3 centièmes. La lecture courante (5 virgule 23) n'est pas exclue, mais il s'agit de ne pas la systématiser dans la mesure où son usage trop fréquent contribue à envisager le nombre décimal 5,23 comme deux entiers juxtaposés (5 d'un côté et 23 de l'autre).

Ordre sur les nombres décimaux

Contenus	**Commentaires**
– Comparer deux nombres décimaux donnés par leurs écritures à virgule. **– Traduire le résultat de la comparaison en utilisant les signes < et >.**	La comparaison de nombres tels que 2,58 et 2,6 se ramène à celle de leurs parties décimales, mais celles-ci ne doivent pas être considérées comme des entiers : les élèves doivent comprendre qu'il s'agit en fait de comparer $\frac{5}{10}$ avec $\frac{6}{10}$ ou $\frac{58}{100}$ avec $\frac{60}{100}$. Le recours à des graduations peut être une aide pour les élèves.

– Encadrer un nombre décimal par deux entiers consécutifs ou par deux nombres décimaux. **– Intercaler des nombres décimaux entre deux nombres entiers consécutifs ou entre deux nombres décimaux.**	Il s'agit, sans étude systématique et sans utiliser de formulation spécifique, d'approcher la notion d'encadrement à l'unité ou au dixième près, par exemple : 35 < 35,46 < 36 ou 35,4 < 35,46 < 35,5. Ces activités permettent aux élèves de prendre conscience que la notion de nombres consécutifs, valable pour les nombres entiers, ne l'est plus pour les nombres décimaux : intercaler un nombre (décimal) entre deux nombres (décimaux) devient toujours possible. Ces questions d'intercalation peuvent également être l'occasion de rencontrer des nombres décimaux qui s'écrivent avec plus de trois chiffres dans leur partie décimale.
– Donner une valeur approchée d'un nombre décimal à l'unité près, au 1/10 ou au 1/100 près.	La notion de valeur approchée fait l'objet d'un tout premier travail qui doit prendre sens pour l'élève, en relation avec un contexte issu de la vie courante, de la physique, de la géographie… Par exemple, pour la monnaie, on n'utilise que des nombres avec deux décimales.
– Situer exactement ou approximativement des nombres décimaux sur une droite graduée de 1 en 1, de 0,1 en 0,1.	Sur une droite graduée de 0,1 en 0,1, on peut placer exactement 12,7 mais approximativement 12,83 (plus près de 12,8 que de 12,9).

Relations entre certains nombres décimaux

Compétences	**Commentaires**
– Connaître et utiliser des écritures fractionnaires et décimales de certains nombres : **0,1 et $\frac{1}{10}$; 0,01 et $\frac{1}{100}$; 0,5 et $\frac{1}{2}$;** **0,25 et $\frac{1}{4}$; 0,75 et $\frac{3}{4}$.** **– Connaître et utiliser les relations** **entre $\frac{1}{4}$ (ou 0,25) et $\frac{1}{2}$ (ou 0,5) ;** **entre $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{10}$;** **entre $\frac{1}{1000}$ et $\frac{1}{100}$.**	Ces connaissances doivent être établies en référence à une expérience (situations réelles ou évoquées) sur des longueurs, des capacités, des durées ou des aires. Il s'agit en fait de développer de bonnes représentations mentales de ces nombres et des relations qui les lient.

Calcul

Les compétences énoncées dans ce domaine n'ont d'intérêt que si elles peuvent être utilisées par les élèves pour résoudre des problèmes.

Les compétences en calcul mental (résultats mémorisés, calcul réfléchi exact ou approché) sont à développer en priorité. En effet, le calcul mental réfléchi est l'occasion de rencontrer diverses façons d'effectuer un même calcul et d'avoir à justifier celle qui a été choisie, ce qui peut donner lieu à des premières activités de preuve. Le recours à des jeux numériques fournit un cadre propice à la pratique du calcul mental.

Le calcul réfléchi ne se limite pas toujours à un calcul mental. Il peut s'appuyer sur des traces écrites qui, de plus, rendent compte des différentes étapes utilisées et, donc, du raisonnement mis en œuvre.

Le calcul posé ne doit pas faire l'objet d'une recherche de virtuosité excessive. Il doit être abordé principalement dans l'optique de favoriser la compréhension des propriétés qui interviennent dans chaque technique opératoire.

Les élèves doivent être capables d'utiliser une calculatrice, lorsque son usage est pertinent, par exemple, dans un problème où les calculs ne peuvent pas être traités mentalement. Le calcul mental offre alors des moyens de contrôler le résultat proposé par la calculatrice et de déceler d'éventuelles fautes de frappe, de mauvais choix de nombres… Certains aspects du fonctionnement des calculatrices sont étudiés, les élèves pouvant alors construire un mode d'emploi du modèle de calculatrice qu'ils utilisent.

Certaines limitations précisées ci-après n'interdisent pas que, dans des problèmes, les élèves soient amenés à trouver des résultats qui se situent en dehors des compétences énoncées. Ainsi, le fait que le produit de deux décimaux ne soit pas au programme n'exclut-il pas que les élèves aient, par exemple, à calculer le prix de 2,5 kg de gruyère à 10,20 euros le kg : ils peuvent, soit considérer que 2,5 kg, c'est la moitié de 5 kg, soit que c'est 2 kg et 1/2 kg, ce qui leur permet de répondre sans poser la multiplication de 10,20 par 2,5.

Résultats mémorisés, procédures automatisées

Compétences	**Commentaires**
– Connaître les tables d'addition (de 1 à 9) et de multiplication (de 2 à 9) et les utiliser pour calculer une somme, une différence ou un complément, un produit ou un quotient entier.	Les mots *somme, différence* ou *écart, complément, produit, quotient, reste, multiple* font partie du vocabulaire à acquérir au cycle 3. Une bonne connaissance des tables suppose la capacité à fournir instantanément un résultat qui y figure ou un résultat dérivé. Ainsi, connaître 7 × 8 = 56, c'est être capable aussi bien de compléter 7 × 8 = … que 7 × … = 56 ou … × … = 56 (sachant qu'il y a d'autres décompositions que celles fournies par les tables) ou encore de dire combien il y a de fois 7 dans 56. C'est aussi savoir que 58 n'est ni un multiple de 8, ni un multiple de 7, mais que, par exemple, il est situé entre deux multiples de 8 (7 × 8 et 8 × 8). C'est également être capable de trouver très rapidement combien il y a de fois 8 dans 58. Les nombres inférieurs à 100 qui sont égaux au produit d'un nombre par lui-même sont mis en évidence, ce qui prépare la notion de racine

	carrée étudiée au collège (par exemple : 49 = 7 × 7). De même, on s'attache à reconnaître les nombres qui sont double, triple ou quadruple d'un autre nombre (en particulier pour les nombres inférieurs à 50).
– Additionner ou soustraire mentalement des dizaines entières (nombres inférieurs à 100) ou des centaines entières (nombres inférieurs à 1000). **– Connaître le complément à la dizaine supérieure pour tout nombre inférieur à 100.** **– Connaître le complément à l'entier immédiatement supérieur pour tout décimal ayant un chiffre après la virgule.** **– Multiplier ou diviser un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1 000.**	Toutes les compétences énumérées ci-contre sont indispensables pour développer des stratégies de calcul mental réfléchi.
– Calculer des sommes et des différences de nombres entiers ou décimaux, par un calcul écrit en ligne ou en colonnes. **– Calculer le produit de deux entiers ou le produit d'un décimal par un entier (3 chiffres par 2 chiffres), par un calcul posé.** **– Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un nombre entier (d'au plus 4 chiffres) par un nombre entier (d'au plus 2 chiffres), par un calcul posé.**	Les compétences relatives aux techniques opératoires sont inséparables de la résolution de problèmes : l'élève doit acquérir une bonne aptitude à organiser ses calculs, sans nécessairement toujours utiliser le procédé le plus court. La technique de l'addition a été travaillée au cycle 2. Pour chacune des autres opérations (soustraction, multiplication et division euclidienne), une technique doit être mise en place au cycle 3, en s'attachant en priorité à assurer la compréhension de son fonctionnement. En particulier, les erreurs de calcul relatives à ces techniques sont examinées en référence à la justification des différentes étapes du calcul. On se limite à des calculs qui peuvent effectivement être rencontrés dans l'usage courant. Ces limitations relatives à la taille des nombres ne concernent évidemment pas les calculs du type 2 455 × 10 ou 12,563 × 100… Le calcul de divisions (quotient entier et reste) doit être limité à des cas raisonnables : dividende ayant au plus quatre chiffres, avec pose effective des soustractions intermédiaires et possibilité de poser des produits partiels annexes pour déterminer certains chiffres du quotient. L'algorithme de la division sera repris dans le programme de 6e et prolongé au cas du quotient décimal. Le calcul d'un quotient décimal issu de la division de deux entiers ou d'un décimal par un entier n'est donc pas une compétence exigible au cycle 3. Mais, des situations où les élèves sont conduits à chercher ce type de résultat par des procédures personnelles doivent être proposées. Par exemple, s'il s'agit de partager équitablement 203 euros entre 5 personnes, les procédures suivantes peuvent être utilisées : – convertir les 203 euros en 20 300 centimes, puis effectuer la division ; – donner 40 euros à chacun, puis convertir les 3 euros restants en 300 centimes pour terminer le partage ; – poser la division de 203 par 5, puis convertir le reste (3 unités) en 30 dixièmes pour poursuivre le calcul. Dans tous les cas, on reste au niveau d'un calcul réfléchi explicite, sans viser la mise en place d'un automatisme. La calculatrice peut également être utilisée lorsque, par exemple, le calcul de la division de 203 par 5 a été reconnu comme pertinent, l'attention des élèves devant être attirée sur l'interprétation du résultat affiché, notamment sur les chiffres significatifs de la partie décimale.

	Pour la division euclidienne, il n'existe pas de signe conventionnel pour le quotient entier. Pour rendre compte complètement du calcul (quotient entier et reste), l'égalité caractéristique de la division est utilisée : 37 = (5 × 7) + 2 (en soulignant que le reste est inférieur au diviseur). Dans le cas où le résultat obtenu est le quotient exact, le symbole « : » est licite : 15 : 3 = 5 ou 37 : 5 = 7,4. Mais l'écriture 2 : 3 = 0,666 est erronée. Il est en revanche possible d'écrire : 1 : 3 ≈ 0,666. On évitera d'utiliser des écritures du type 37 : 5 = 7 (reste 2).

Calcul réfléchi

Compétences	**Commentaires**
	L'expression « calcul réfléchi » recouvre à la fois des calculs dont le traitement est purement mental et des calculs effectués en s'appuyant sur des traces écrites.
– Organiser et effectuer mentalement ou avec l'aide de l'écrit, sur des nombres entiers, un calcul additif, soustractif, multiplicatif en s'appuyant sur des résultats mémorisés et en utilisant de façon implicite les propriétés des nombres et des opérations.	Exemples de calculs : 15 × 11 = 165 car 15 × 11 = (15 × 10) + 15 ; 15 × 19 = 300 – 15 = 285 car 15 × 19 = (15 × 20) – 15 ; 15 × 19 = 19 × 15 = 190 + 95 = 285, car le calcul de 19 × 15 peut être décomposé en celui de 19 × 10 et de 19 × 5 (qui est égal à la moitié de 19 × 10). Les justifications peuvent être fournies sous d'autres formes que celles-ci : oralement, par une suite de calculs écrits, par un arbre de calcul, par une écriture utilisant des parenthèses… L'explicitation et l'analyse, par les élèves, des raisonnements utilisés constituent un moment important de cet apprentissage. Les élèves traduisent souvent des calculs enchaînés par des expressions telles que 15 × 11 = 15 x 10 = 150 + 15 = 165. Erronées du point de vue de la signification donnée au symbole = en mathématiques, ces écritures reflètent cependant une procédure correcte qui doit être reconnue comme telle. L'expression erronée peut être corrigée sous l'une des formes envisagées ci-dessus (suite d'égalités comme : 15 × 10 = 150, 150 + 15 = 165 ; arbre de calcul, écriture avec parenthèses : 15 × 11 = (15 × 10) + 15 = 150 + 15 = 165).
– Organiser et effectuer mentalement ou avec l'aide de l'écrit, sur des nombres entiers, un calcul de division en s'appuyant sur les résultats mémorisés et en utilisant de façon implicite les propriétés des nombres et des opérations.	Exemples de calculs : Dans le cas d'une division exacte, 65 : 5 = (50 : 5) + (15 : 5) = 13. Pour le calcul du quotient entier et du reste de 127 par 15, on peut essayer d'atteindre 127 en additionnant des multiples simples de 15 : « 2 fois 15, c'est 30, 4 fois 15 c'est 60, 8 fois 15, c'est 120, donc le quotient est 8 et le reste est 7 ». Ce type de calcul, qui s'appuie implicitement sur l'égalité fondamentale de la division euclidienne (a = bq + r, avec r < b), sera repris au collège. Il fait donc l'objet d'une première approche.
– Organiser et effectuer des calculs du type 1,5 + 0,5 ; 2,8 + 0,2 ; 1,5 × 2 ; 0,5 × 3, en s'appuyant sur les résultats mémorisés et en utilisant de façon implicite les propriétés des nombres et des opérations.	Pour le calcul mental, on se limite à des nombres décimaux simples et on peut exploiter des erreurs du type 0,5 × 3 = 0,15 pour revenir sur la signification des écritures décimales. L'apprentissage organisé du calcul sur les fractions relève du collège. Cependant, en prenant appui sur la signification donnée aux écritures fractionnaires, les élèves peuvent être confrontés, en situation, à des calculs comme $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$;

	$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$; $1+\frac{1}{3}$; $2-\frac{1}{3}$ ou être conduits à décomposer quelques fractions en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, par exemple : $\frac{25}{10}=2+\frac{5}{10}=2+\frac{1}{2}$ ou $\frac{25}{10}=3-\frac{5}{10}=3-\frac{1}{2}$. Toute référence à des procédures expertes de calcul sur les fractions est prématurée au cycle 3.
– Évaluer un ordre de grandeur d'un résultat, en utilisant un calcul approché. **– Évaluer le nombre de chiffres d'un quotient entier.**	Le travail sur le calcul approché commence au cycle 3 et sera poursuivi au collège. Il peut être utilisé, soit en résolution de problèmes pour prévoir un ordre de grandeur des réponses, soit pour contrôler le résultat d'un calcul posé par écrit ou effectué avec une machine. Les élèves devront prendre conscience que les approximations de nombres n'ont pas un caractère systématique, mais doivent être adaptées aux nombres en présence ou à la précision recherchée. Ainsi, 427 peut être arrondi à 430 s'il est ajouté à 64 (lui-même arrondi à 60), mais il peut également l'être à 400 s'il est ajouté à 2 615 (lui-même arrondi à 2 600). D'autres choix auraient d'ailleurs pu être faits pour avoir une approximation du résultat.
– Développer des moyens de contrôle des calculs instrumentés : chiffre des unités, nombre de chiffres (en particulier pour un quotient entier), calcul approché, etc.	Les différents moyens de contrôler le résultat d'un calcul doivent être fréquemment sollicités. En particulier, les élèves sont entraînés à encadrer le quotient de deux entiers par des puissances de 10. Par exemple, le quotient de 2 783 par 57 est compris entre 10 et 100, car : $57 \times 10 < 2\,783 < 57 \times 100$.
– Savoir trouver mentalement le résultat numérique d'un problème à données simples.	La résolution mentale de problèmes constitue une aide à la construction du sens des opérations. En effet, lorsque la résolution met en œuvre des nombres et des calculs bien maîtrisés, les élèves peuvent concentrer leur attention sur les raisonnement nécessaires à cette résolution. Par ailleurs, un essai de résolution mentale d'un problème en remplaçant certaines données par des données plus petites permet parfois de mieux envisager les traitements appropriés à mettre en œuvre.

Calcul instrumenté

Compétences	**Commentaires**
– Utiliser à bon escient sa calculatrice pour obtenir un résultat numérique issu d'un problème et interpréter le résultat obtenu.	Cette compétence est inséparable de la résolution de problèmes : l'élève doit acquérir une meilleure autonomie grâce à l'outil calculatrice, qui lui offre la possibilité de centrer davantage son attention sur l'organisation des calculs à mettre en place et offre l'occasion de faire des expériences multiples. Le résultat affiché par la calculatrice nécessite souvent une interprétation, notamment lorsque s'affichent de nombreuses décimales : il faut alors déterminer quels sont les chiffres significatifs de la partie décimale, en référence au contexte. Le recours à une calculatrice dans le cadre de la résolution d'un problème doit faire l'objet d'un apprentissage : interrogation sur la pertinence de son utilisation, réflexion sur la suite des calculs à effectuer, sur la nécessité de noter des résultats intermédiaires et leur signification.
– Utiliser une calculatrice pour déterminer la somme, la différence de deux nombres entiers	En situation de résolution de problèmes, la calculatrice peut également être utilisée pour obtenir le produit de deux nombres décimaux. Cela suppose que l'élève a préalablement reconnu que le problème

ou décimaux, le produit de deux nombres entiers ou le produit d'un nombre décimal par un entier ou d'un entier par un décimal.	relevait d'un tel calcul, ce qui constitue la difficulté principale et devra être encore travaillé au collège. Le plus souvent, ce type de problème est résolu soit en utilisant des procédures personnelles, soit en fournissant un encadrement du résultat. Par exemple, pour calculer le prix de 3,250 kg de mandarines à 2 euros le kg, on peut additionner le prix de 3 kg et celui de 250 g ou d'un quart de kg.
– Utiliser une calculatrice pour déterminer le quotient entier ou décimal (exact ou approché) de deux entiers ou d'un décimal par un entier.	Dans le cas de la division, on s'intéresse en particulier aux méthodes utilisables pour obtenir, avec une calculatrice ordinaire, le quotient et le reste de la division euclidienne de deux nombres entiers. Par exemple, pour 456 divisé par 25, la calculatrice affiche 18,24. La partie entière du nombre affiché fournit directement le quotient (18), et le reste peut être obtenu par le calcul suivant : 456 – (18 × 25) ; il peut l'être aussi par le calcul du produit 0,24 × 25, mais cette procédure ne sera pas favorisée à l'école primaire (elle ne donne pas toujours un résultat exact). À cette occasion, une première distinction peut être faite entre quotient entier issu de la division euclidienne et quotients décimaux (exacts ou approchés), à l'occasion de la résolution simultanée de problèmes qui permettent de leur donner du sens, par exemple : *« Quelle est la part d'une personne dans le partage équitable de 258 objets entre 12 personnes ? »* ou *« Quelle est la longueur d'un morceau de ruban de 258 cm partagé en 12 morceaux de même longueur ? »*.
– Connaître et utiliser certaines fonctionnalités de sa calculatrice pour gérer une suite de calculs : touches opérations, touches mémoires, touches parenthèses, facteur constant.	La diversité des calculatrices qui existent dans la classe peut être l'occasion de comparaisons intéressantes, chaque élève étant invité à construire un mode d'emploi de son propre modèle. Celles qui comportent un écran avec deux lignes d'affichage sont particulièrement intéressantes car elles permettent d'afficher en même temps calcul et résultat. Le travail avec calculatrices donne également l'occasion d'approfondir la compréhension des écritures numériques comportant des parenthèses. Ainsi, avec une calculatrice ordinaire (sans touches « parenthèses »), il n'est pas possible de calculer directement une expression comme (563 × 78) – (406 × 24) : il faut soit noter des résultats intermédiaires, soit utiliser les touches « mémoires ».

Espace et géométrie

Les connaissances travaillées au cycle 3 prolongent celles qui ont été abordées au cycle 2. L'objectif principal est de permettre aux élèves de se familiariser avec les objets du plan et de l'espace et de passer progressivement d'une géométrie où les objets et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par un recours à des instruments et par la connaissance de certaines propriétés. Il s'agit également de favoriser la mise en place d'images mentales pour les principaux concepts rencontrés, en permettant aux élèves de les identifier dans des configurations variées.

L'argumentation à propos des outils utilisés, des propriétés mobilisées et des résultats obtenus constitue une part importante du travail des élèves. Dans cette perspective, quelques raisonnements peuvent être conduits, en particulier sur des figures dessinées à main levée.

Le travail spatial et géométrique s'organise autour de différents types de problèmes:

– localiser des objets ou des assemblages d'objets dans l'espace, se repérer et se déplacer dans l'espace, en utilisant des représentations de cet espace (maquettes, photos, plans, cartes);

– comparer, reproduire, décrire, construire, représenter des objets géométriques (figures planes, solides) ou des assemblages d'objets.

À travers ces activités, les élèves élaborent et utilisent les premiers concepts géométriques, en leur donnant du sens: alignement, perpendicularité, parallélisme, longueurs, angles. Ils prennent conscience de certaines propriétés des objets et ils acquièrent des éléments de vocabulaire: face, arête, sommet; côté, segment, milieu, droite (synonyme au cycle 3 de ligne droite), droites perpendiculaires, droites parallèles, angle; ainsi que les noms de quelques solides et de quelques figures planes. Enfin, ils développent des compétences techniques liées au maniement d'instruments de dessin: règle et équerre (pour vérifier des alignements, tracer des droites perpendiculaires, des droites parallèles), compas (pour tracer des cercles ou des arcs de cercle, pour reporter des longueurs), gabarit (pour comparer ou reporter des angles), calque.

Les problèmes proposés se situent dans l'espace ou portent sur des objets «épurés»: solides usuels, figures dessinées sur papier (sans abuser des supports quadrillés) ou sur écran d'ordinateur. Les activités du domaine géométrique ne visent pas des connaissances formelles (définitions), mais des connaissances fonctionnelles. Les logiciels de dessin assisté par ordinateur ou de géométrie dynamique pourront faire l'objet d'une première utilisation, mais les activités réalisées à l'aide de ces outils ne remplacent pas celles qui sont situées dans l'espace réel ou dans celui de la feuille de papier.

Repérage, utilisation de plans, de cartes

Compétences	**Commentaires**
– Repérer une case ou un point sur un quadrillage.	Un point ou une case peuvent être repérés de plusieurs façons : – en utilisant des axes privilégiés: case (A ; 4) ou (4 ; A), point (5 ; 2) (dans ce dernier cas, il est nécessaire d'avoir décidé quel est l'ordre dans lequel les axes sont utilisés); – par rapport à un point donné, en imaginant un déplacement: *«Par rapport au point P, le point Q est à 3 vers la droite et à 3 vers le haut.»*

– Utiliser une carte ou un plan pour situer un objet, anticiper ou réaliser un déplacement, évaluer une distance.	Il s'agit de mettre en relation espace réel et espace représenté. Les compétences peuvent être développées dans différents contextes : jeux, réalisations de représentations graphiques, de cartes en géographie, course d'orientation en EPS, etc.

Relations et propriétés : alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, symétrie axiale

Compétences	**Commentaires**
– Vérifier, à l'aide de la règle, que des points sont alignés. **– Vérifier, à l'aide du compas ou d'un instrument de mesure, que des segments ont la même longueur.** **– Vérifier, à l'aide de l'équerre, que deux droites sont perpendiculaires.** **– Vérifier, à l'aide de la règle et de l'équerre, que deux droites sont parallèles.** **– Tracer, avec un compas et une règle, un segment de même longueur qu'un segment donné.** **– Tracer, à main levée, une droite perpendiculaire ou parallèle à une droite donnée.** **– Tracer à l'aide de l'équerre la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné (sur la droite ou hors de la droite).** **– Tracer à l'aide de l'équerre et de la règle une parallèle à une droite donnée.**	Les relations et propriétés évoquées dans cette rubrique doivent être utilisées dans des activités de résolution de problèmes, situées dans différents espace : espace ordinaire, feuille de papier, écran d'ordinateur. La perception d'un alignement de plusieurs points dans une figure complexe permet de tracer la droite correspondante et de mettre en évidence une propriété de cette figure. Le compas doit être un instrument privilégié pour comparer ou reporter des longueurs, chaque fois qu'un mesurage n'est pas indispensable. Les expressions « droites perpendiculaires » et « droites se coupant à angle droit » sont considérées comme synonymes. On accepte également des expressions comme « segments ou côtés perpendiculaires », « segments ou côtés parallèles » lorsque les droites supports des segments ou des côtés sont perpendiculaires ou parallèles. L'expression « droites orthogonales » n'est pas utilisée. Le travail plus général sur les angles est évoqué dans la partie « Grandeurs et mesures ». Ces relations ne doivent pas être figées dans des représentations stéréotypées liées aux positions verticales et horizontales ou parallèles aux bords de la feuille de papier. Par ailleurs, les élèves sont confrontés à des cas où, pour décider, il est nécessaire de prolonger les traits qui représentent les droites. Le travail sur droites perpendiculaires et droites parallèles donne lieu à une synthèse, à partir d'une réflexion sur les positions relatives de deux droites : droites non sécantes (parallèles), droites sécantes en prenant en considération leur inclinaison relative (notion d'angle) et notamment cas des droites qui se coupent en faisant quatre angles égaux (perpendiculaires). Pour les droites parallèles, la propriété d'écart constant entre ces droites sera mise en évidence et utilisée pour les activités de reconnaissance ou de construction. L'utilisation de tracés à main levée joue un rôle important dans la mise en place d'images mentales relatives au parallélisme et à la perpendicularité, de même que la recherche de procédés pour obtenir des droites perpendiculaires ou parallèles par pliage d'une feuille de papier.
– Trouver le milieu d'un segment.	Le milieu d'un segment peut être déterminé par pliage ou en utilisant une règle graduée. L'utilisation du compas pour trouver le milieu d'un segment ou tracer des droites perpendiculaires ou parallèles relève du collège.
– Percevoir qu'une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie. **– Vérifier, en utilisant différentes techniques (pliage, papier calque, miroir) qu'une droite est axe de symétrie d'une figure.**	L'étude systématique de la symétrie axiale relève de la sixième. Au cycle 3, il s'agit de fournir l'occasion aux élèves d'étendre leur champ d'expériences sur cette transformation et de mettre en œuvre quelques-unes de ses propriétés. Les activités conduites peuvent prendre appui sur l'analyse ou la réalisation d'assemblages, de frises, de pavages, de puzzles, en utilisant différentes techniques : pliage, calque, miroir,

– Compléter une figure par symétrie axiale en utilisant des techniques telles que pliage, papier calque, miroir.	gabarits. Ces activités sont l'occasion de mettre en évidence des phénomènes de déplacement, avec ou sans retournement, et ainsi de rencontrer d'autres transformations. L'utilisation de l'ordinateur (logiciels de dessin, imagiciels) permet d'enrichir le champ d'expériences des élèves. Des activités de tracé à main levée de figures symétriques d'une figure donnée sont également proposées. La construction du symétrique d'un point avec règle et équerre relève du collège.
– Tracer, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite donnée.	Sur papier quadrillé, on se limite à l'utilisation d'axes de symétrie qui suivent les lignes du quadrillage ou qui sont des diagonales de ce quadrillage. Les élèves sont confrontés à quelques cas où l'axe de symétrie coupe la figure.
– Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : points alignés, droite, droites perpendiculaires, droites parallèles, segment, milieu, angle, figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite, axe de symétrie.	Au cycle 3, le mot « droite » est utilisé comme synonyme de « ligne droite ». D'autres termes que ceux énumérés ci-contre peuvent être introduits dans le cadre des activités conduites (par exemple : droites sécantes), mais leur maîtrise n'est pas exigée au cycle 3. Le codage des points et des segments par des lettres sera introduit avec prudence, en s'attachant notamment à faire différencier la lettre du point qu'elle désigne. L'utilisation des notations (AB) pour la droite passant par A et B et [AB] pour le segment d'extrémités A et B et les symboles // et ⊥ ne sont pas exigibles au cycle 3 ; ces notations seront abordées au collège, mais l'enseignant peut commencer à les utiliser à la fin du cycle 3.

Figures planes : triangle, triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral ou régulier, carré, rectangle, losange, cercle

Compétences	Commentaires
– Reconnaître de manière perceptive une figure plane, en donner le nom.	Les compétences décrites dans cette rubrique sont relatives à une liste limitée de figures, mais les activités qui permettent de les construire concernent d'autres figures, notamment d'autres quadrilatères particuliers tels que le trapèze, le « cerf-volant », le parallélogramme. Les représentations fréquentes de certaines figures peuvent être un obstacle à leur reconnaissance dans d'autres configurations : carré ou rectangle dont les côtés sont parallèles aux bords de la feuille, losange « posé sur une pointe », etc. Il est donc important de ne pas les privilégier.
– Identifier, de manière perceptive, une figure simple dans une configuration plus complexe. **– Vérifier l'existence d'une figure simple dans une configuration complexe, en ayant recours aux propriétés et aux instruments.** **– Décomposer une figure en figures plus simples.**	L'identification d'une figure peut être faite : – globalement (« à l'œil, il me semble que c'est un carré ») ; – par un repérage perceptif de propriétés : parallélisme, présence d'angles droits, égalité de longueur de segments. Le recours aux instruments vient valider les hypothèses faites sur des propriétés supposées. Les triangles et quadrilatères particuliers figurant au programme sont reconnus à partir de propriétés relatives aux longueurs des côtés, au parallélisme ou à la perpendicularité. Des propriétés relatives aux diagonales des quadrilatères particuliers peuvent être découvertes lors

	de la résolution de problèmes mais aucune exigence de compétence ne saurait en découler. La capacité à isoler une figure dans une configuration complexe joue un rôle important en géométrie, au collège. Les élèves y seront donc entraînés dès le cycle 3.
– Tracer une figure (sur papier uni, quadrillé ou pointé), soit à partir de la donnée d'un modèle, soit à partir d'une description, d'un programme de construction ou d'un dessin à main levée.	Selon le problème posé, on peut préciser l'emploi d'instruments de dessin précis ou demander aux élèves de choisir l'instrument le mieux adapté : papier calque, papier quadrillé ou pointé, règle, équerre, compas, gabarit (notamment pour les angles). Pour le carré et le rectangle, les élèves sont confrontés à des exercices de constructions à partir de la donnée d'un ou deux côtés tracés ou à partir de la seule donnée des longueurs de ces côtés. La construction d'un triangle à l'aide du compas, à partir de la donnée des longueurs des trois côtés, n'est pas une compétence exigible à la fin du cycle 3. Cependant, un premier travail peut être conduit avec les élèves à ce sujet, par exemple en proposant les problèmes suivants: placer rapidement le plus possible de points situés à une distance donnée d'un point donné, chercher à localiser des points dont les distances respectives à deux points donnés sont connues. Pour le cercle, diverses constructions sont envisagées: à partir de la donnée du centre et de la longueur du rayon ou du diamètre, à partir de la donnée du centre et d'un point du cercle, à partir de la donnée d'un diamètre. En fin de cycle, des tracés à main levée accompagnés de données codées (mesures, symboles d'égalité de segments, d'angles droits) peuvent être proposés par l'enseignant, en vue de faire construire une figure, à condition que les codes utilisés aient acquis une signification pour les élèves.
– Décrire une figure en vue de l'identifier dans un lot de figures ou de la faire reproduire sans équivoque.	La capacité à décrire une figure est vérifiée par l'élaboration d'un message contenant toutes les informations nécessaires à la reproduction de la figure. Selon l'activité proposée, deux types de description peuvent être utilisés: – énoncé de propriétés que vérifie la figure choisie ; – énoncé de la suite des étapes qui permettent de construire la figure (programme de construction). Dans certains cas, en fin de cycle 3, un schéma à main levée accompagné de données codées peut également être utilisé par les élèves.
– Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant: triangle, triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, carré, rectangle, losange, cercle; sommet, côté; centre, rayon et diamètre pour le cercle.	Lors des activités de description de figures, les élèves ont l'occasion d'utiliser un vocabulaire plus important (polygone, quadrilatère, diagonale, côtés consécutifs ou côtés opposés pour des quadrilatères…), mais sa maîtrise complète n'est pas exigée.

Solides: cube, parallélépipède rectangle

Compétences	Commentaires
– Percevoir un solide, en donner le nom. **– Vérifier certaines propriétés relatives aux faces ou arêtes d'un solide à l'aide des instruments.**	Les compétences sont relatives à une liste limitée de solides, mais les activités qui permettent de construire ces compétences peuvent concerner d'autres solides (prisme, pyramide, sphère, cylindre, cône). L'identification se fait parmi d'autres solides ou parmi des représentations planes de solides (vues, patrons).

– Décrire un solide en vue de l'identifier dans un lot de solides ou de le faire reproduire sans équivoque.	Le travail sur la perspective cavalière relève du collège : seules des activités relatives à la lecture de telles représentations sont envisagées au cycle 3 (reconnaissance de certains solides ou mise en correspondance du solide réel avec une représentation en perspective).
– Construire un solide.	La construction est réalisée à partir d'éléments simples (faces rectangulaires ou triangulaires), en assemblant des solides simples ou en utilisant des patrons. Le recours à des matériels variés permet d'insister sur des aspects différents d'un solide (carton pour les faces, tiges pour les arêtes) et d'envisager, par exemple, la reproduction d'un solide construit à partir de ses arêtes (tiges) à l'aide de ses faces (carton).
– Reconnaître, construire ou compléter un patron de cube, de parallélépipède rectangle. **– Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : cube, parallélépipède rectangle ; sommet, arête, face.**	Pour les solides, les activités où s'établissent des relations entre espace et plan sont privilégiées. Par exemple, la description d'un solide conduit à prendre des empreintes des faces, à s'interroger sur la nature de ces faces ; la nécessité d'en construire un autre identique amène à l'élaboration d'un patron du solide, puis à son remontage. D'autres solides que le cube ou le parallélépipède rectangle peuvent donner lieu à la réalisation de patrons.

Agrandissement, réduction

Compétences	**Commentaires**
– Réaliser, dans des cas simples, des agrandissements ou des réductions de figures planes.	La notion d'agrandissement ou de réduction de figures fait l'objet d'une première étude, en liaison avec la proportionnalité et conduit à une approche de la notion d'échelle. Les mots « agrandir » et « réduire » ont, en géométrie, un sens particulier (différent de celui qu'ils ont souvent dans le langage courant) : ils impliquent la conservation des angles, du parallélisme, de la perpendicularité, des milieux et la proportionnalité des longueurs des côtés qui se correspondent. La réalisation de plans, de maquettes, peut constituer une source d'activités sur ce thème. Le quadrillage peut, par exemple, être utilisé comme outil pour réduire ou agrandir une carte. La réalisation d'une figure agrandie ou réduite peut être donnée soit par l'indication des longueurs de deux côtés qui se correspondent, soit par celle d'un coefficient d'agrandissement ou de réduction.

Grandeurs et mesures

Le domaine de la mesure est important à double titre :
– parce que les élèves doivent acquérir des compétences et des connaissances spécifiques relatives à différentes grandeurs et à leur mesure ;
– parce que les activités de mesurage font intervenir, en étroite imbrication, des notions géométriques et des notions numériques et, par conséquent, contribuent à une meilleure maîtrise des unes et des autres ; en particulier la mesure des longueurs et des aires constitue un contexte privilégié pour prendre conscience de l'insuffisance des entiers et pour travailler sur les fractions et les nombres décimaux.

Les grandeurs étudiées au cycle 3 sont les longueurs, les aires, les masses, les volumes (aspect contenance), les durées. Une première approche des angles est envisagée.

Les activités proposées aux élèves du cycle 3 se situent dans le prolongement de celles du cycle 2. Il s'agit de résoudre des problèmes, réels ou évoqués, en utilisant des procédés directs, des instruments de mesure, des estimations ou des informations données avec les unités usuelles. Les activités scientifiques et technologiques fournissent un champ d'application privilégié pour ce domaine.

On peut ainsi distinguer trois catégories d'activités :
– celles où il s'agit de comparer des objets selon une grandeur ou d'opérer sur des grandeurs, sans mesurer, en utilisant des procédés de comparaison adaptés : superposition pour les longueurs ou les angles, équilibre des plateaux de la balance Roberval pour les masses, découpage, recollement et superposition pour les aires, transvasement pour les contenances ; ces activités permettent aux élèves de construire le sens de la grandeur, indépendamment de la mesure et avant que celle-ci n'intervienne (notamment de prendre conscience de l'invariance de certaines grandeurs par déplacement ou par décomposition et recomposition) ;
– celles où il s'agit de mettre en relation des objets visibles et la mesure d'une des grandeurs qui peuvent leur être attachées (mesure exacte ou approchée, exprimée à l'aide d'une ou plusieurs unités) ; c'est aussi l'occasion d'estimer la mesure avant de procéder au mesurage à l'aide des instruments adaptés ;
– celles dans lesquelles un mesurage effectif n'est pas possible ou n'est pas nécessaire : des informations sont disponibles sur les objets considérés et des calculs permettent d'obtenir la mesure d'une grandeur attachée à ces objets. Par exemple : l'aire d'un rectangle obtenue à partir de ses dimensions, une durée calculée à partir des horaires de début et de fin, etc.

Une réflexion sur la précision des mesures sera menée à l'occasion de chaque activité : il ne s'agit pas d'exiger une précision exemplaire, mais au contraire de faire prendre conscience des approximations liées à la taille des objets, à la précision des instruments et à leur utilisation. Souvent, cela se traduit par un intervalle de confiance, une erreur maximum. Par exemple, pour le mesurage d'un segment dont la longueur prévue est 4,8 cm, les longueurs de 4,7 cm, 4,8 cm et 4,9 cm sont jugées acceptables.

Longueurs, masses, volumes (contenances), repérage du temps, durées

Compétences	Commentaires
– Utiliser des instruments pour mesurer des objets physiques ou géométriques. **– Choisir l'unité appropriée pour exprimer le résultat d'un mesurage.**	Ces grandeurs ont fait l'objet d'une première approche au cycle 2 qui a permis aux élèves de leur donner du sens. Les objets mesurés doivent être de nature et de dimensions variées, le choix de l'instrument approprié constituant un objectif important. En particulier, les élèves sont entraînés à la lecture de résultats sur une graduation. – Pour les longueurs : tour de poignet, tour de cou, taille, empan, envergure d'un élève, dimensions d'une pièce, dimensions de la cour, trajet à pied, en voiture, etc. ; les instruments utilisés sont le double-décimètre, le mètre à ruban ou le mètre de couturière, le décamètre ; – pour les masses : fruit, personne, voiture… ; les instruments utilisés sont la balance Roberval et les balances à lecture directe ; – pour les contenances : verre, bouteille, baignoire, etc. Le compas est utilisé pour comparer ou pour reporter des longueurs. Aucune compétence relative aux volumes (autres que les contenances) n'est exigée, mais des problèmes peuvent être proposés à ce sujet : comparer des cubes, des parallélépipèdes rectangles ou des assemblages de tels solides du point de vue de leur volume, prévoir le nombre de petits cubes nécessaires pour remplir un cube ou un parallélépipède rectangle ou pour constituer un assemblage représenté.
– Lire l'heure sur une montre à aiguilles ou une horloge.	Les élèves doivent être capables de lire l'heure sur une montre à aiguilles ou sur une montre digitale et d'évaluer des durées, ainsi que d'utiliser un chronomètre… En liaison avec le travail sur les fractions, des relations sont explicitées entre les expressions en fractions d'heure et en minutes.
– Estimer une mesure (ordre de grandeur). **– Exprimer par un nombre ou un encadrement le résultat d'un mesurage, l'unité (ou les unités) étant imposée(s).**	Il est important que les élèves disposent de références pour certaines grandeurs : 1 m, c'est un grand pas, ou la longueur du tableau mesure 2 m ; 1 kg, c'est la masse d'une boîte de sucre ordinaire ou celle d'un litre d'eau. Les unités sont choisies de façon à obtenir des résultats de plusieurs natures : nombre entier, expression complexe (3 m 25 cm ou 3 h 15 min), fraction (3 heures et quart), nombre décimal (3,25 m ou 3,25 h). Ces situations contribuent, en particulier, à renforcer le sens donné aux écritures fractionnaires ou décimales. Concernant les masses, l'enseignant privilégie la terminologie spécifique : masse de 40 kilogrammes. En situation, l'expression courante : « Mon poids est de 40 kilogrammes » est tolérée. La notion de poids sera distinguée de celle de masse seulement au collège.
– Construire ou réaliser un objet dont des mesures sont données.	Dans les activités de construction, la grandeur peut être fixée : – par un objet de référence, construire un rectangle qui a même périmètre qu'une figure donnée ; – par une mesure donnée sous forme d'une écriture décimale : nombre entier, nombre décimal (l'unité étant imposée), entière, fractionnaire, décimale.
– Connaître les unités légales du système métrique : de longueur (mètre, ses multiples et ses sous-multiples usités), de masse	Les exercices de transformations de mesures par des changements d'unités ne doivent pas occuper une place excessive et les conversions entre unités trop lointaines doivent être bannies (par exemple, exprimer 3 km en mm).

(gramme, ses multiples et ses sous-multiples usités), de contenance (litre, ses multiples et ses sous-multiples usités). **– Utiliser les équivalences entre les unités usuelles de longueur, de masse, de contenance.**	En revanche, les élèves doivent avoir une bonne connaissance des relations entre les unités les plus utilisées : – pour les longueurs (1 m = 100 cm, 1 cm = 10 mm, 1 dm = 10 cm, 1 km = 1 000 m) ; – pour les masses (1 kg = 1 000 g, 1 t = 1 000 kg) ; – pour les contenances (1 L = 100 cL, 1 L = 1 000 mL) ; – pour les durées (1 jour = 24 h, 1 h = 60 min, 1 min = 60 s). Ces relations doivent être mémorisées et donc utilisables sans recours à un tableau de conversion. Quelques références historiques peuvent être fournies aux élèves ou donner lieu à des activités. On peut évoquer des unités arbitraires ou liées à des références humaines (pied, pouce…) et, en liaison avec le programme d'histoire, souligner l'importance de la Révolution française dans la mise en place d'un système basé sur des références universelles (mètre défini, à l'origine, en référence à la mesure du méridien terrestre, kilogramme comme masse d'un litre d'eau pure) et sur la volonté de faciliter les calculs (système métrique décimal).
– Utiliser le calcul pour obtenir la mesure d'une grandeur. **– Effectuer des calculs simples sur les mesures, en tenant compte des relations entre les diverses unités correspondant à une même grandeur. En particulier : calculer le périmètre d'un polygone ; calculer une durée à partir de la donnée de l'instant initial et de l'instant final.**	Exemples d'activités liées à la mesure et nécessitant un recours au calcul : – pour les longueurs : ligne brisée, ligne polygonale, partage de segments, longueur moyenne d'un pas, épaisseur moyenne d'une feuille de papier, empilement de livres ; – pour les masses : réunion de plusieurs objets, masse d'un bonbon, masse d'un rayonnage couvert de livres, calcul de la masse d'un contenu par différence, masse du chargement d'une voiture, masse d'un colis pour affranchissement ; – pour les durées : durées écoulées entre deux instants ; – pour les contenances : mélange de liquides, nombre de verres dans une bouteille. Le calcul du périmètre d'un cercle à l'aide d'une formule n'est pas au programme. Mais, pour le cercle, comme pour d'autres figures, l'évaluation du périmètre par différentes méthodes permet aux élèves de donner du sens à la notion de périmètre et, notamment de la distinguer de celle d'aire. C'est également l'occasion de mettre en évidence la relation de proportionnalité qui existe entre le rayon et le périmètre du cercle. Pour le calcul de durées, les techniques de calcul en colonnes n'ont pas à être enseignées. Ce recours à des procédures adaptées à chaque cas est favorisé et les élèves doivent être capables de les utiliser. Par exemple : – pour évaluer la durée comprise entre 2 h 45 min et 4 h 10 min, on peut additionner trois durées : celle comprise entre 2 h 45 min et 3 h, celle comprise entre 3 h et 4 h et celle comprise entre 4 h et 4 h 10 min ; ces durées sont toutes évaluables mentalement ; – pour additionner deux durées (par exemple, 58 min 47 s et 32 min 18 s), on peut additionner séparément les secondes et les minutes, puis effectuer les conversions nécessaires pour parvenir à l'expression 1 h 31 min 5 s).

Aires

Compétences	Commentaires
– Classer et ranger des surfaces (figures) selon leur aire, soit par superposition des surfaces, soit par découpage et recolle-	Les activités de classement et rangement des surfaces selon leurs aires précèdent les activités de mesurage avec une unité choisie. En effet, par superposition et recomposition (réelles ou mentales), il est possible de comparer des aires ou de réaliser des surfaces de même aire. Ce pro-

ment des surfaces, soit par pavage des surfaces avec une surface de référence.	cédé nécessite la prise de conscience par l'élève du fait que l'aire d'un assemblage de figures ne change pas lorsque l'assemblage est modifié. L'aire d'une surface obtenue par recollement de deux surfaces est égale à la somme des aires de ces deux surfaces, mais son périmètre n'est pas égal à la somme des périmètres des deux surfaces initiales. La reconnaissance de rapports entre grandeurs (cette aire est le double de celle-ci) précède la mesure de l'aire (cette aire est de 12 cm^2).
– Construire une surface qui a même aire qu'une surface donnée (et qui ne lui est pas superposable).	Les activités à base de puzzles sont particulièrement intéressantes pour montrer que deux figures non superposables peuvent avoir la même aire.
– Différencier aire et périmètre d'une surface, en particulier savoir que deux surfaces peuvent avoir la même aire sans avoir nécessairement le même périmètre et qu'elles peuvent avoir le même périmètre sans avoir nécessairement la même aire.	Les concepts de périmètre et d'aire ne doivent pas se réduire pour l'élève à des nombres ou des formules associés à des figures. Il est nécessaire de mettre en place des activités qui permettent aux élèves de distinguer les deux notions. Par exemple, on peut proposer aux élèves de construire effectivement des rectangles différents d'aire 24 cm^2 dont on calcule le périmètre ou des rectangles différents de périmètre 20 cm dont on calcule l'aire. On peut aussi, une figure étant donnée, proposer de la modifier pour en obtenir une autre d'aire plus petite et de périmètre plus grand que ceux de la figure initiale.
– Mesurer l'aire d'une surface par un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence (d'aire une unité) ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé (le résultat étant une mesure exacte ou un encadrement).	La forme des surfaces de référence doit être variée et, en particulier, on ne se limite pas à n'utiliser que des unités de forme carrée.
– Calculer l'aire d'un rectangle dont l'un des côté au moins est de dimension entière.	Les élèves peuvent être confrontés à la détermination, par des procédures personnelles ou à l'aide d'une calculatrice, d'aires de rectangles dont les dimensions ne sont pas entières (par exemple, l'aire d'un rectangle de 6,4 cm sur 3,8 cm). Pour cela, ils peuvent se ramener au cas de dimensions entières en changeant d'unités, recourir à un pavage effectif par des carrés de 1 cm^2 et de 1 mm^2 ou multiplier les deux nombres à l'aide d'une calculatrice. Mais aucune compétence n'est exigée à ce sujet.
– Connaître et utiliser les unités usuelles : cm^2, dm^2, m^2 et km^2.	Les élèves doivent être conscients que ces unités peuvent correspondre à des surfaces de formes variées. Ainsi le dm^2 ne doit pas être associé uniquement à un carré de 1 dm de côté, mais aussi, par exemple, à un triangle ou à un rectangle obtenu par découpage et recollage du carré de 1 dm de côté. Le mm^2 peut également être utilisé, avec un support de type papier millimétré par exemple, pour le calcul de l'aire d'un rectangle de 6,4 cm sur 3,8 cm.
– Connaître et utiliser quelques égalités : **$1\ \text{m}^2 = 100\ \text{dm}^2$;** **$1\ \text{dm}^2 = 100\ \text{cm}^2$;** **$1\ \text{km}^2 = 1\,000\,000\ \text{m}^2$.**	La connaissance de l'égalité entre, par exemple, 1 dm^2 et 100 cm^2 est construite par le pavage effectif d'un carré (ou d'un rectangle) de 1 dm^2 avec des carrés de 1cm de côté. Le km^2 est introduit en vue de son utilisation en géographie. L'égalité entre 1 km^2 et 1 000 000 m^2 est obtenue par le calcul, en imaginant le pavage correspondant. En situation, les élèves peuvent être confrontés à des unités agraires (are, hectare) et avoir à utiliser l'équivalence entre 1 hectare et 10 000 m^2, qui leur sera alors fournie.

	Les conversions systématiques d'aires ne sont pas au programme du cycle 3 ; elles seront traitées au collège. En situation, les élèves peuvent cependant avoir à réaliser de telles conversions en s'appuyant sur leur connaissance des équivalences entre unités et en utilisant un raisonnement (voir le paragraphe relatif à la proportionnalité).

Angles

Compétences	**Commentaires**
– Comparer des angles dessinés par superposition ou en utilisant un gabarit. **– Comparer des angles situés dans une figure (angles intérieurs d'un triangle, d'un quadrilatère…).**	Les activités de classement et de rangement des angles précèdent les activités de mesurage en degrés, qui relèvent du collège. Les élèves doivent, en particulier, prendre conscience du fait que les longueurs des côtés n'ont aucune incidence sur le résultat de la comparaison des angles.
– Reproduire un angle donné en utilisant un gabarit ou par report d'un étalon.	L'usage du rapporteur gradué classique ne relève pas du cycle 3. On peut, par exemple, faire utiliser le gabarit d'un angle du triangle équilatéral pour vérifier l'égalité des trois angles de ce triangle ou encore pour faire remarquer que sa moitié est égale au tiers de l'angle droit.
– Tracer un angle droit, ainsi qu'un angle égal à la moitié, le quart ou le tiers d'un angle droit.	Un pliage soigneux d'un angle droit en 2, 4 ou 3 angles égaux permet d'obtenir les angles ci-contre. Les activités correspondant à cette compétence reposent sur le pliage et permettent de renforcer le sens donné aux fractions utilisées : on peut, par exemple, tracer un angle correspondant à $\frac{5}{4}$ d'angle droit par pliage et report. Il n'est pas nécessaire, pour cela, de savoir qu'un angle droit est égal à 90°.

Éléments d'aide
à la programmation

Ce document a été établi par la commission Mathématiques rattachée au groupe d'experts pour les programmes de l'école primaire. Il propose une programmation des apprentissages sur les trois années du cycle 3. Il n'a aucun caractère d'obligation. Chaque équipe de cycle, dans chaque école, peut s'en inspirer pour établir sa propre programmation et, surtout, réfléchir aux activités à mettre en place pour permettre aux élèves de s'approprier les compétences du programme. À ce sujet, il est rappelé que, dans la plupart des situations, plusieurs compétences sont travaillées simultanément (voir la dernière partie de l'introduction : « Compétences et activités de formation »).

Légende

Pour les compétences générales, au cours de la période indiquée :

- - - - - - - - - -	la compétence est mobilisable par les élèves dans le cadre d'un travail de groupe ou d'un travail collectif ;
....	la compétence est également mobilisable dans le cadre d'un travail individuel.

Pour les autres compétences, au cours de la période indiquée, les activités sont orientées vers :

────────	approche, préparation ;
━━━━━━━━	construction(*), structuration ;
════════	consolidation(*), utilisation.

Un trait prolongé au-delà de l'année 3 indique dans quelle perspective les activités sont proposées au début du cycle suivant.

(*) Pour certains élèves, la période de construction doit être poursuivie pendant la période de consolidation.

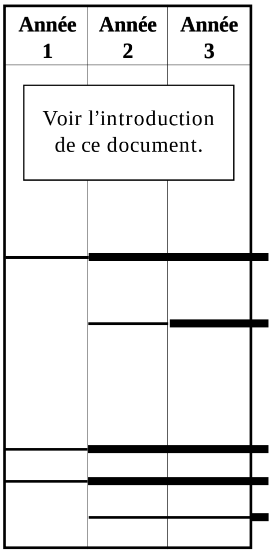
Compétences générales

	Année 1	Année 2	Année 3	
– Utiliser ses connaissances pour traiter des problèmes.	....	....	....	...
– Chercher et produire une solution originale dans un problème de recherche.	....	....	....	...
– Mettre en œuvre un raisonnement, articuler les différentes étapes d'une solution.	....	....	....	...
– Formuler et communiquer sa démarche et ses résultats par écrit et les exposer oralement.	....	....	....	...
– Contrôler et discuter la pertinence ou la vraisemblance d'une solution.	- - - -	- - - -	....	...
– Identifier des erreurs dans une solution en distinguant celles qui sont relatives au choix d'une procédure de celles qui interviennent dans sa mise en œuvre.	....	....	....	...
– Argumenter à propos de la validité d'une solution.	- - - -	....	....	...

Exploitation de données numériques

Contenus du programme :

- *Problèmes résolus en utilisant les connaissances sur les nombres naturels et décimaux et sur les opérations étudiées.*
- *Problèmes relevant de la proportionnalité, résolus en utilisant des raisonnements personnels appropriés.*
- *Utilisation de données organisées en listes, en tableaux ou représentées par des diagrammes, des graphiques.*



Problèmes relevant des quatre opérations

- Résoudre des problèmes en utilisant les connaissances sur les nombres naturels et décimaux et sur les opérations étudiées.

Proportionnalité

- Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité, en utilisant des raisonnements personnels appropriés, (dont des problèmes relatifs aux pourcentages, aux échelles, aux vitesses moyennes ou aux conversions d'unités).

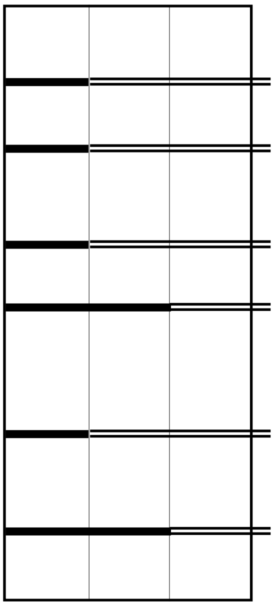
Organisation et représentation de données numériques

- Organiser des séries de données (listes, tableaux…).
- Lire, interpréter quelques représentations : diagrammes, graphiques, et les construire.

Connaissance des nombres entiers naturels

Contenus du programme :

- *Numération décimale : valeur des chiffres en fonction de leur position, suites de nombres.*
- *Désignations écrites (en chiffres et en lettres) et parlées des nombres.*
- *Comparaison et rangement de nombres, placement de nombres sur une droite graduée.*
- *Relations arithmétiques entre les nombres : doubles, moitiés, quadruples, quarts, triples, tiers…, notamment entre nombres d'usage courant, notion de multiple (multiples de 2, 5 et 10).*

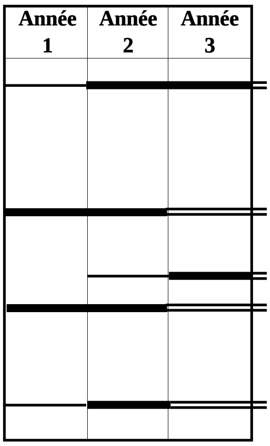


Désignations orales et écrites des nombres entiers naturels

- Déterminer la valeur de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position.
- Donner diverses décompositions d'un nombre en utilisant 10, 100, 1 000… et retrouver l'écriture d'un nombre à partir d'une telle décomposition.
- Produire des suites orales et écrites de 1 en 1, 10 en 10, 100 en 100, à partir de n'importe quel nombre.
- Associer la désignation orale et la désignation écrite (en chiffres) pour des nombres jusqu'à la classe des millions.

Ordre sur les nombres entiers naturels

- Comparer des nombres, les ranger en ordre croissant ou décroissant, les encadrer entre deux dizaines consécutives, deux centaines consécutives, deux milliers consécutifs…
- Utiliser les signes < et > pour exprimer le résultat de la comparaison de deux nombres ou d'un encadrement.



– Situer précisément ou approximativement des nombres sur une droite graduée de 10 en 10, de 100 en 100...

Structuration arithmétique des nombres entiers naturels

– Connaître et utiliser des expressions telles que : double, moitié ou demi, triple, tiers, quadruple, quart ;
trois quarts, deux tiers, trois demis d'un nombre entier.

– Connaître et utiliser certaines relations entre des nombres d'usage courant : entre 5, 10, 25, 50, 75, 100 ; entre 50, 100, 200, 250, 500, 750, 1000 ; entre 5, 15, 30, 45, 60, 90.

– Reconnaître les multiples de 2, de 5 et de 10.

Connaissance des fractions simples et des nombres décimaux

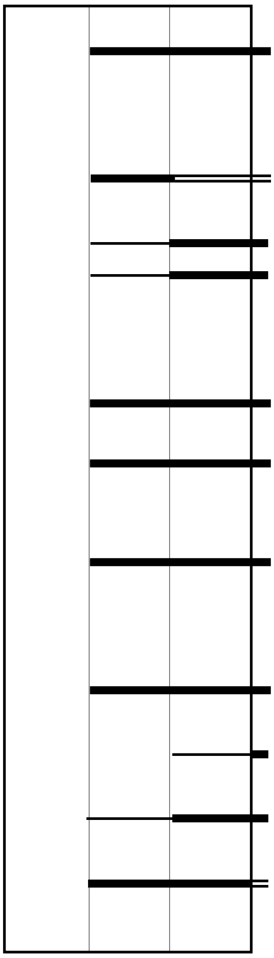
Contenus du programme :

– *Fractions simples : utilisation, écriture, encadrement entre deux nombres entiers successifs, écriture comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.*

– *Nombres décimaux : utilisation, valeur des chiffres en fonction de leurs positions dans une écriture à virgule, passage de l'écriture à virgule à une écriture fractionnaire (fractions décimales) et inversement, suites de nombres décimaux, lien entre désignations orales et écritures chiffrées.*

– *Comparaison, rangement, intercalation, encadrement de nombres décimaux, placement sur une droite graduée.*

– *Valeur approchée d'un décimal à l'unité près, au dixième près, au centième près.*



Fractions

– Utiliser, dans des cas simples, des fractions ou des sommes d'entiers et de fractions pour coder des mesures de longueurs ou d'aires, une unité étant choisie ou pour construire un segment (ou une surface) de longueur (ou d'aire) donnée.

– Nommer les fractions en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart, dixième, centième…

– Encadrer une fraction simple par deux entiers consécutifs.

– Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

Désignations orales et écrites des nombres décimaux

– Déterminer la valeur de chacun des chiffres composant une écriture à virgule, en fonction de sa position.

– Passer pour un nombre décimal, d'une écriture fractionnaire (fractions décimales) à une écriture à virgule (et réciproquement).

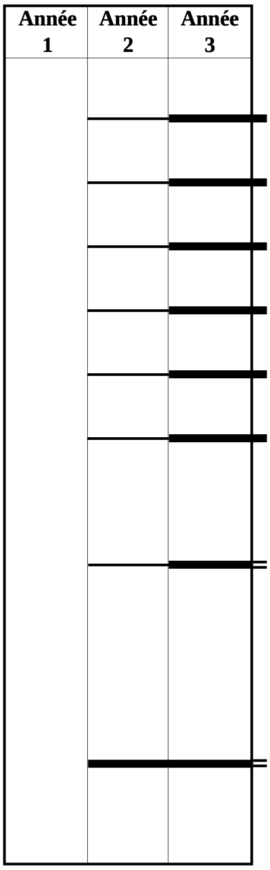
– Utiliser les nombres décimaux pour exprimer la mesure de la longueur d'un segment, celle de l'aire d'une surface (une unité étant donnée) ou pour repérer un point sur une droite graduée régulièrement de 1 en 1.

– Écrire et interpréter sous forme décimale une mesure donnée avec plusieurs unités (et réciproquement).

– Produire des décompositions liées à une écriture à virgule, en utilisant 10 ; 100 ; 1 000… et 0,1 ; 0,001…

– Produire des suites écrites ou orales de 0,1 en 0,1, de 0,01 en 0,01…

– Associer les désignations orales et l'écriture chiffrée d'un nombre décimal.



Ordre sur les nombres décimaux

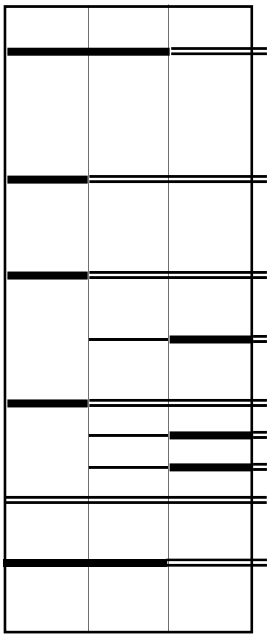
– Comparer deux nombres décimaux donnés par leurs écritures à virgule.
– Utiliser les signes < et > pour exprimer le résultat de la comparaison de deux nombres ou d’un encadrement.
– Encadrer un nombre décimal par deux entiers consécutifs ou par deux nombres décimaux.
– Intercaler des nombres décimaux entre deux nombres entiers consécutifs ou entre deux nombres décimaux.
– Donner une valeur approchée d’un nombre décimal à l’unité près, au dixième ou au centième près.
– Situer exactement ou approximativement des nombres décimaux sur une droite graduée de 1 en 1, de 0,1 en 0,1.

Relations entre certains nombres décimaux

– Connaître et utiliser des écritures fractionnaires et décimales de certains nombres : 0,1 et $\frac{1}{10}$; 0,01 et $\frac{1}{100}$; 0,5 et $\frac{1}{2}$; 0,25 et $\frac{1}{4}$; 0,75 et $\frac{3}{4}$.
– Connaître et utiliser les relations entre $\frac{1}{4}$ (ou 0,25) et $\frac{1}{2}$ (ou 0,5), entre $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{10}$, entre $\frac{1}{1000}$ et $\frac{1}{100}$.

Calcul

Contenus du programme:
– Mémorisation de résultats sur les nombres entiers et décimaux.
– Techniques opératoires: addition, soustraction de nombres entiers ou décimaux, multiplication de deux nombres entiers ou d’un nombre décimal par un nombre entier, division euclidienne de deux nombres entiers (quotient entier et reste).
– Calcul réfléchi exact ou approché: organisation et traitement de calculs (mentalement ou avec l’aide de l’écrit), ordre de grandeur d’un résultat.
– Utilisation de calculatrices et maîtrise de certaines de leurs fonctionnalités.



Résultats mémorisés, procédures automatisées

– Connaître les tables d’addition (de 1 à 9) et de multiplication (de 2 à 9) et les utiliser pour calculer une somme, une différence ou un complément, un produit ou un quotient entier.
– Additionner ou soustraire mentalement des dizaines entières (nombres inférieurs à 100) ou des centaines entières (nombres inférieurs à 1000).
– Connaître le complément à la dizaine supérieure pour tout nombre inférieur à 100,
ou le complément à l’entier immédiatement supérieur pour tout décimal ayant un chiffre après la virgule.
– Multiplier un nombre entier par 10, 100, 1000,
diviser un nombre entier par 10, 100, 1000,
multiplier ou diviser un nombre décimal par 10, 100, 1000.
– Calculer des sommes de nombres entiers, par un calcul écrit en ligne ou posé en colonnes,
calculer des différences de nombres entiers, par un calcul écrit en ligne ou posé en colonnes,

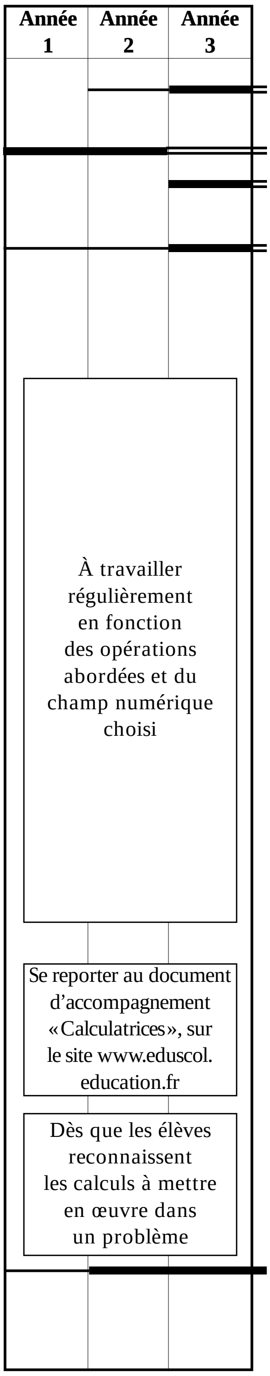
calculer des sommes et des différences de nombres décimaux, par un calcul écrit en ligne ou posé en colonnes.
- Calculer le produit de deux entiers, par un calcul posé.
- Calculer le produit d'un décimal par un entier (trois chiffres par deux chiffres), par un calcul posé.
- Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un nombre entier (d'au plus quatre chiffres) par un nombre entier (d'au plus deux chiffres), par un calcul posé.

Calcul réfléchi

- Organiser et effectuer mentalement ou avec l'aide de l'écrit, sur des nombres entiers, un calcul additif, soustractif, multiplicatif ou un calcul de division en s'appuyant sur des résultats mémorisés et en utilisant de façon implicite les propriétés des nombres et des opérations.
- Organiser et effectuer des calculs du type 1,5 + 0,5 ; 2,8 + 0,2 ; 1,5 × 2 ; 0,5 × 3, en s'appuyant sur les résultats mémorisés et en utilisant de façon implicite les propriétés des nombres et des opérations.
- Évaluer un ordre de grandeur d'un résultat, en utilisant un calcul approché, évaluer le nombre de chiffres d'un quotient entier.
- Développer des moyens de contrôle des calculs instrumentés : chiffre des unités, nombre de chiffres (en particulier pour un quotient), calcul approché…
- Savoir trouver mentalement le résultat numérique d'un problème à données simples.

Calcul instrumenté

- Utiliser à bon escient sa calculatrice pour obtenir un résultat numérique issu d'un problème et interpréter le résultat obtenu.
- Utiliser une calculatrice pour déterminer la somme, la différence de deux nombres entiers ou décimaux, le produit de deux nombres entiers ou celui d'un nombre décimal par un entier, le quotient entier ou décimal (exact ou approché) de deux entiers ou d'un décimal par un entier.
- Connaître et utiliser certaines fonctionnalités de sa calculatrice pour gérer une suite de calculs : touches opérations, touches mémoires, touches parenthèses, facteur constant…



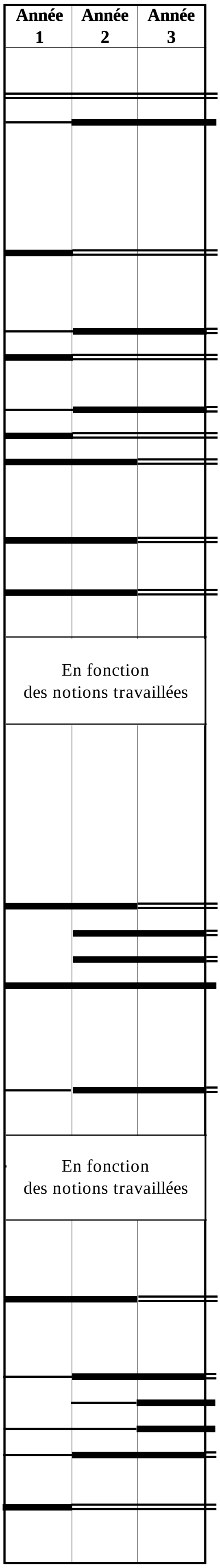
À travailler régulièrement en fonction des opérations abordées et du champ numérique choisi

Se reporter au document d'accompagnement « Calculatrices », sur le site www.eduscol.education.fr

Dès que les élèves reconnaissent les calculs à mettre en œuvre dans un problème

Espace et géométrie

Contenus du programme :
- *Repérage de cases ou de points sur un quadrillage.*
- *Utilisation de plans et de cartes.*
- *Relations et propriétés géométriques : alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, symétrie axiale, milieu d'un segment.*
- *Utilisation d'instruments (règle, équerre, compas) et de techniques (pliage, calque, papier quadrillé).*
- *Figures planes (en particulier : triangle et ses cas particuliers, carré, rectangle, losange, cercle) : reconnaissance, reproduction, construction, description, décomposition d'une figure en figures plus simples.*
- *Solides (en particulier : cube, parallélépipède rectangle) : reconnaissance, reproduction, construction, description, représentations planes (patrons).*
- *Agrandissement et réduction de figures planes, en lien avec la proportionnalité.*



Repérage, utilisation de plans, de cartes

- Repérer une case ou un point sur un quadrillage.
- Utiliser un plan ou une carte pour situer un objet, anticiper ou réaliser un déplacement, évaluer une distance.

Relations et propriétés : alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, symétrie axiale

- Vérifier, à l'aide des instruments : l'alignement de points (règle), l'égalité des longueurs de segments (compas ou instrument de mesure), la perpendicularité,
  et le parallélisme entre droites (règle et équerre).
- Effectuer les tracés correspondants (points alignés, segments de même longueur, droites perpendiculaires, droites parallèles).
- Trouver le milieu d'un segment.
- Percevoir qu'une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie et le vérifier en utilisant différentes techniques (pliage, papier calque, miroir).
- Compléter une figure par symétrie axiale en utilisant des techniques telles que pliage, papier calque, miroir.
- Tracer, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite donnée.
- Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : points alignés, droite, droites perpendiculaires, droites parallèles, segment, milieu, angle, figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite, axe de symétrie.

Figures planes : triangle (et cas particuliers), carré, rectangle, losange, cercle

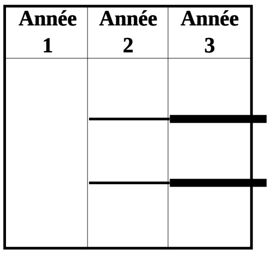
- Reconnaître de manière perceptive une figure plane (en particulier dans une configuration plus complexe), en donner le nom, vérifier son existence en ayant recours aux propriétés et aux instruments : triangle, carré, rectangle, triangle (cas particuliers), losange, cercle.
- Décomposer une figure en figures plus simples.
- Tracer une figure (sur papier uni, quadrillé ou pointé), soit à partir d'un modèle, soit à partir d'une description, d'un programme de construction ou d'un dessin à main levée (avec des indications relatives aux propriétés et aux dimensions).
- Décrire une figure en vue de l'identifier dans un lot de figures ou de la faire reproduire sans équivoque.
- Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : triangle, triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, carré, rectangle, losange, cercle ; sommet, côté ; centre, rayon et diamètre pour le cercle.

**À travailler
régulièrement
en fonction
des opérations abordées
et du champ numérique
choisi**

**… Dès que les élèves
reconnaissent les calculs
à mettre en œuvre
dans un problème**

Solides : cube, parallélépipède rectangle

- Percevoir un solide, en donner le nom, vérifier certaines propriétés relatives aux faces ou arêtes d'un solide à l'aide des instruments.
- Décrire un solide en vue de l'identifier dans un lot de solides divers, ou de le faire reproduire sans équivoque.
- Construire un cube ou un parallélépipède rectangle.
- Reconnaître, construire ou compléter un patron de cube, de parallélépipède rectangle.
- Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : cube, parallélépipède rectangle ; sommet, arête, face.

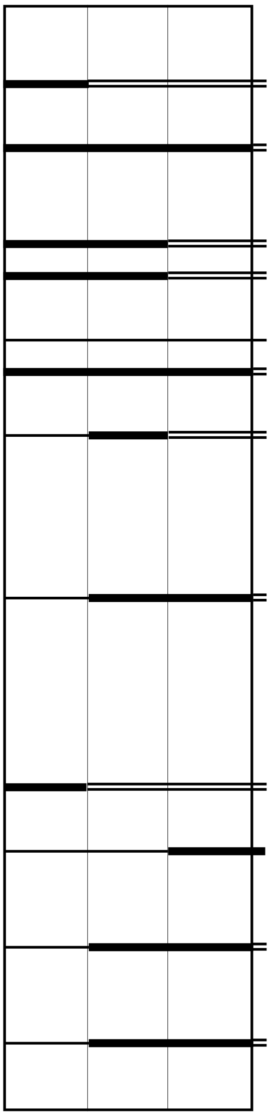


Agrandissement, réduction

– Réaliser, dans des cas simples, des agrandissements ou des réductions de figures planes.
– Contrôler si une figure est un agrandissement ou une réduction d'une autre figure.

Grandeurs et mesure

Contenus du programme :
– *Longueurs, masses, volumes (contenances) : mesure de ces grandeurs (utilisation d'instruments, choix approprié de l'unité), estimation (ordre de grandeur), unités légales du système métrique (mètre, gramme, litre, leurs multiples et leurs sous-multiples), calcul sur des mesures exprimées à l'aide de ces unités.*
– *Périmètre d'un polygone.*
– *Aires : comparaison de surfaces selon leurs aires, différenciation de l'aire et du périmètre, mesure d'aires à l'aide d'une unité donnée, unités usuelles (cm^2, dm^2, m^2, km^2) et leurs relations.*
– *Aire d'un rectangle.*
– *Angles : comparaison, reproduction.*
– *Repérage du temps et des durées : lecture de l'heure, unités de mesure des durées (année, mois, semaine, jour, heure, minute, seconde) et leurs relations.*
– *Calcul de la durée écoulée entre deux instants donnés.*

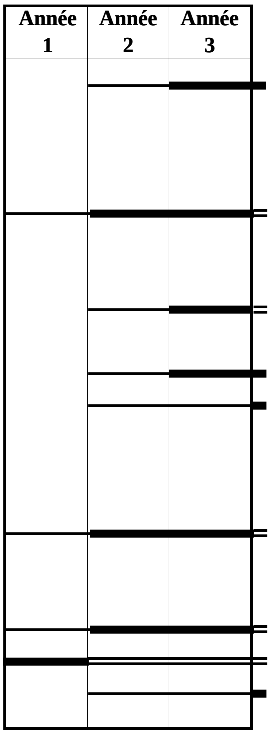


Longueurs, masses, volumes (contenances), repérage du temps, durées

– Utiliser des instruments pour mesurer des objets physiques ou géométriques.
– Exprimer le résultat d'un mesurage par un nombre ou un encadrement, l'unité (ou les unités) étant imposée(s) ou choisie(s) de façon appropriée.
– Lire l'heure sur une montre à aiguilles ou une horloge.
– Connaître les unités de mesure des durées (année, mois, semaine, jour, heure, minute, seconde) et leurs relations.
– Estimer une mesure (ordre de grandeur).
– Construire ou réaliser un objet dont des mesures sont données.
– Connaître les unités légales du système métrique pour les longueurs (mètre, ses multiples et ses sous-multiples usités), les masses (gramme, ses multiples et ses sous-multiples usités) et les contenances (litre, ses multiples et ses sous-multiples usités).
– Utiliser les équivalences entre les unités usuelles de longueur, de masse, de contenance et effectuer des calculs simples sur les mesures, en tenant compte des relations entre les diverses unités correspondant à une même grandeur.
– Utiliser le calcul pour obtenir la mesure d'une grandeur, en particulier :
calculer le périmètre d'un polygone,
calculer une durée à partir de la donnée de l'instant initial et de l'instant final.

Aires

– Classer et ranger des surfaces (figures) selon leur aire (par superposition, découpage et recollement ou pavage par une surface de référence).
– Construire une surface qui a même aire qu'une surface donnée (et qui ne lui est pas superposable).



- Différencier aire et périmètre d'une surface, en particulier savoir que deux surfaces peuvent avoir la même aire sans avoir nécessairement le même périmètre et qu'elles peuvent avoir le même périmètre sans avoir nécessairement la même aire.
- Mesurer l'aire d'une surface grâce à un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence (d'aire une unité) ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé (le résultat étant une mesure exacte ou un encadrement).
- Calculer l'aire d'un rectangle dont l'un des côtés au moins est de dimension entière.
- Connaître et utiliser les unités usuelles (cm^2, dm^2, m^2 et km^2),
  ainsi que quelques équivalences (1m^2 = 100 dm^2, 1dm^2 = 100 cm^2, 1 km^2 = 1 000 000 m^2).

Angles

- Comparer des angles dessinés par superposition ou en utilisant un gabarit, en particulier des angles situés dans une figure (angles intérieurs d'un triangle, d'un quadrilatère…).
- Reproduire un angle donné en utilisant un gabarit ou par report d'un étalon.
- Tracer un angle droit,
  ainsi qu'un angle égal à la moitié, le quart ou le tiers d'un angle droit.

Imprimé sur les presses de l'Imprimerie nationale
27, rue de la Convention
75732 Paris Cedex 15
Dépôt légal : juillet 2002